I.

1.		
$x_1 = 1$, $x_2 = -2$	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

2.		
3	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

3.		
$x = 4$	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

4.		
$V = 1000\ \text{cm}^3$	1 pont	$V = 1\ \text{dm}^3$
$r^2\pi \cdot 20 = 1000$ $(r > 0)$	1 pont	$r^2\pi \cdot 2 = 1$
$r^2 \approx 15{,}9$	1 pont	$r^2 \approx 0{,}159$
$r \approx 4$ cm	1 pont	$r \approx 0{,}4$ dm
Összesen:	**4 pont**	

5.		
A: igaz **B**: hamis **C**: igaz	2 pont	*2 jó válasz esetén 1 pont, 1 jó válasz esetén 0 pont jár.*
Összesen:	**2 pont**	

6.		
$2^3 \cdot 7^2 \cdot 19$ $(= 7448)$	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

7.		
A minimum helye 1,	1 pont	
a minimum értéke 5.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

8.		
-1	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

9.		
0, π, 2π	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

10.		
A sorozat q hányadosára $q^3 = 27$.	1 pont	
Ebből $q = 3$.	1 pont	
Az első öt tag összege $2 \cdot \frac{3^5 - 1}{3 - 1} =$	1 pont	$2+6+18+54+162$
= 242.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

11.		
$K(0; 3)$	2 pont	
$r = 5$	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

12. első megoldás		
(Ha nem vesszük figyelembe a kiválasztás sorrendjét) 32 tanulóból kettőt kiválasztani $\binom{32}{2}$(= 496)-féleképpen lehet (összes eset száma).	1 pont	*(A sorrendet is figyelembe véve) az összes lehetséges kiválasztás száma* $32 \cdot 31$ (= 992).
A 14 lányból kettőt $\binom{14}{2}$(= 91)-féleképpen lehet kiválasztani (kedvező esetek száma).	1 pont	*Ebből kedvező* $14 \cdot 13$ (= 182).
A kérdéses valószínűség $\frac{\binom{14}{2}}{\binom{32}{2}} = \frac{91}{496} \approx 0{,}183$.	1 pont	$\frac{182}{992}$
Összesen:	**3 pont**	

12. második megoldás		
Annak a valószínűsége, hogy elsőre lányt választunk: $\frac{14}{32}$.	1 pont	
Annak a valószínűsége, hogy ezután másodikra is lányt választunk: $\frac{13}{31}$.	1 pont	
A kérdéses valószínűség ezek szorzata, vagyis kb. 0,183.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

II. A

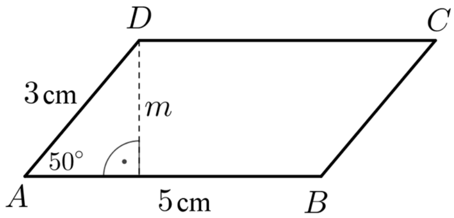
13. a) első megoldás		
(Jelölje a felnőttjegy árát forintban x, a gyerekjegy árát pedig y.) A szöveg alapján: $\begin{cases} x+4y=4300 \\ 2x+5y=6350. \end{cases}$	1 pont	
Az első egyenletből kifejezve x-et: $x = 4300 - 4y$.	1 pont	*Az első egyenlet mindkét oldalát szorozva 2-vel:* $\begin{cases} 2x+8y=8600 \\ 2x+5y=6350. \end{cases}$
Behelyettesítve a második egyenletbe: $2 \cdot (4300 - 4y) + 5y = 6350$.	1 pont	*Az első egyenletből kivonva a másodikat:* $3y = 2250$.
Rendezve és megoldva: $y = 750$ Ft egy gyerekjegy ára,	1 pont	
$x = 1300$ Ft egy felnőttjegy ára.	1 pont	
Ellenőrzés a szöveg alapján: Egy felnőttjegy és négy gyerekjegy ára $(1300+4\cdot750=)$ 4300 Ft, két felnőttjegy és öt gyerekjegy ára pedig $(2\cdot1300+5\cdot750=)$ 6350 Ft.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó nem ad szöveges választ (és az ismeretlenek jelentését sem azonosítja), akkor ezért összesen 1 pontot veszítsen.

13. a) második megoldás		
Egy felnőtt- és egy gyerekjegy ára 6350 – 4300 = = 2050 Ft.	2 pont	*2 felnőtt- és 8 gyerekjegy ára* $2\cdot4300=8600$ Ft.
Egy felnőtt- és négy gyerekjegy 4300 Ft-ba kerül, így három gyerekjegy ára 4300 – 2050 = 2250 Ft.	2 pont	*2 felnőtt- és 5 gyerekjegy ára* 6350 Ft*, tehát 3 gyerekjegy ára* 8600 – 6350 = = 2250 Ft.
Egy gyerekjegy 750 Ft-ba kerül.	1 pont	
Egy felnőttjegy 1300 Ft-ba kerül.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

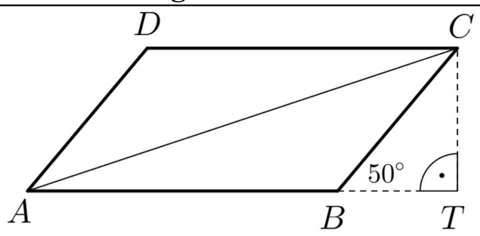
Megjegyzés: Ha a vizsgázó egyik válaszában sem ad meg mértékegységet, akkor ezért összesen 1 pontot veszítsen.

13. b)		
A nettó ár 1,27-szorosa a bruttó ár.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
6350 : 1,27 = 5000 (Ft) a nettó ár.	1 pont	
A 6350 Ft áfatartalma: 6350 – 5000 = 1350 Ft.	1 pont	
Az áfa a bruttó árnak $\frac{1350}{6350}\cdot 100 \approx$	1 pont	$\left(1-\frac{1}{1,27}\right)\cdot 100$
≈ 21,26%-a.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

14. a) első megoldás		
 Az *AB* oldalhoz tartozó magasság $m = 3\cdot\sin 50° \approx$	1 pont	
≈ 2,3 cm.	1 pont	
A paralelogramma területe $T \approx 5\cdot 2,3 =$	1 pont	
= 11,5 cm^2.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

14. a) második megoldás		
A paralelogramma területe $T = 3\cdot 5\cdot\sin 50° \approx$	1 pont	
≈ 11,5 cm^2.	1 pont	
Az *AB* oldalhoz tartozó magasság $m \approx \frac{11,5}{5} =$	1 pont	
= 2,3 cm.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

14. b) első megoldás		
A paralelogramma *B* csúcsnál lévő szöge 130°.	1 pont	
Az *ABC* háromszög *AC* oldalára felírva a koszinusztételt: $AC^2 = 3^2 + 5^2 - 2\cdot 3\cdot 5\cdot\cos 130°$.	1 pont	
Ebből $AC^2 \approx 53,28$,	1 pont	
így $AC \approx 7,3$ cm.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

14. b) **második megoldás**		
 A paralelogramma C csúcsából az AB egyenesre állított merőleges talppontja legyen T. $BT = 3 \cdot \cos 50° \approx 1{,}93$ (cm).	2 pont	$BT \approx \sqrt{3^2 - 2{,}3^2}$
Az ATC derékszögű háromszögben a Pitagorasz-tételt felírva $AC^2 (= AT^2 + CT^2) \approx 6{,}93^2 + 2{,}3^2$,	1 pont	
amiből $AC \approx 7{,}3$ cm.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

14. c)		
$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC} =$	1 pont	
= **a** + **b** + **a** = 2**a** + **b**	1 pont	
$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} =$	1 pont	
$= -(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}) =$ – **a** – **b**	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

15. a)		
Az adathalmaz terjedelme (11 – 3 =) 8,	1 pont	
mediánja 6,	1 pont	
átlaga 7,	1 pont	
szórása $\sqrt{\dfrac{(9-7)^2 + (3-7)^2 + \ldots + (10-7)^2}{9}} =$	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó számológéppel helyesen számol.*
$= \sqrt{\dfrac{64}{9}} = \dfrac{8}{3} \approx 2{,}67.$	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

15. b)		
Az A esemény (a dobások összege 5, 6, 7 vagy 8) gyakorisága 3,	1 pont	
így a relatív gyakoriság $\dfrac{3}{9}$.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

15. c)		
Két kockával egyszerre dobva az egyenlő valószínűségű elemi események száma: 36 (összes eset száma).	1 pont	
$5 = 1 + 4 = 2 + 3 = 3 + 2 = 4 + 1$, ez 4 lehetőség. $6 = 1 + 5 = 2 + 4 = 3 + 3 = 4 + 2 = 5 + 1$, ez 5 lehetőség. $7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4 = 4 + 3 = 5 + 2 = 6 + 1$, ez 6 lehetőség. $8 = 2 + 6 = 3 + 5 = 4 + 4 = 5 + 3 = 6 + 2$, ez 5 lehetőség.	3 pont*	
A kedvező esetek száma ezek összege, azaz 20.	1 pont	
Az *A* esemény valószínűsége $\frac{20}{36} \approx 0{,}56$.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

Megjegyzések:
*1. Ha a vizsgázó nem különbözteti meg a dobókockákat egymástól, így ebben a gondolati egységben részeredményei rendre 2, 3, 3, 3 lehetőség, akkor a *-gal jelölt 3 pontból 1 pontot kapjon.*
2. Ha a vizsgázó például az alábbi táblázat alapján helyes választ ad, akkor teljes pontszámot kapjon.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

II. B

16. a)		
Az állítás igaz,	1 pont	
mert hétfőn, csütörtökön, pénteken és szombaton volt a legmagasabb napi hőmérséklet 30 °C felett, és ezeken a napokon 1200-nál több jegyet adtak el.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

16. b)		
Az állítás megfordítása: *Ha az eladott belépőjegyek száma* 1200*-nál több, akkor aznap a legmagasabb napi hőmérséklet* 30 °C*-nál magasabb.*	1 pont	
Az állítás hamis,	1 pont	
mert például kedden (vagy vasárnap) 1200-nál több jegyet adtak el, de a legmagasabb napi hőmérséklet 30 °C alatt alakult.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

16. c) első megoldás		
Egy (derékszögű) trapéz alapú egyenes hasáb térfogatát kell kiszámolni.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
A trapéz alapjainak hossza 2,1 m és 1,3 m, egyik szára (a trapéz magassága) 50 m hosszú.	1 pont	21 dm, 13 dm, 500 dm
A trapéz területe $T = (2{,}1 + 1{,}3) \cdot 50 : 2 = 85$ (m^2).	1 pont	8500 dm^2
A hasáb magassága 16,5 m,	1 pont	165 dm
térfogata $V = 85 \cdot 16{,}5 = 1402{,}5$ (m^3),	1 pont	1 402 500 dm^3
a kért kerekítéssel 1400 m^3.	1 pont	*Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít, vagy rosszul kerekít.*
Összesen:	**6 pont**	

16. c) második megoldás		
(Egy téglatest és egy derékszögű háromszög alapú egyenes hasáb térfogatának összegét kell kiszámolni.) A téglatest térfogata $1{,}3 \cdot 50 \cdot 16{,}5 = 1072{,}5$ (m^3).	1 pont	1 072 500 dm^3
A derékszögű háromszög területe $(2{,}1 - 1{,}3) \cdot 50 : 2 = 20$ (m^2).	1 pont	2000 dm^2
A hasáb magassága 16,5 m,	1 pont	165 dm
térfogata $20 \cdot 16{,}5 = 330$ (m^3),	1 pont	330 000 dm^3
A kérdéses térfogat a fentiek összege, azaz 1402,5 (m^3),	1 pont	1 402 500 dm^3
a kért kerekítéssel 1400 m^3.	1 pont	*Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít, vagy rosszul kerekít.*
Összesen:	**6 pont**	

16. d)		
A nyolc versenyzőt 8! (= 40 320)-féleképpen lehet beosztani a nyolc sávba (összes eset száma).	1 pont	
Ha Matyit és Sárit együtt kezeljük, akkor a „hét” úszót 7! (= 5040)-féleképpen lehet sorba rendezni.	2 pont	*Matyi és Sári hét helyen kerülhet egymás melletti sávba. A többi hat versenyző minden esetben* 6! (= 720)*-féleképpen helyezkedhet el.*
Matyi és Sári egy adott beosztásban helyet is cserélhetnek, így $2 \cdot 7!$ (= 10 080) a kedvező esetek száma.	1 pont	$2 \cdot 7 \cdot 6!$
A kérdéses valószínűség $\frac{2 \cdot 7!}{8!} =$	1 pont	
$\left(= \frac{10\,080}{40\,320}\right) = 0{,}25.$	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

17. a)		
Az adott számok olyan számtani sorozatot alkotnak, melynek differenciája 3, és első tagja 1.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
$a_{56} = a_1 + 55d =$	1 pont	
= 166	1 pont	
Megoldandó az $1456 = 1 + (n - 1) \cdot 3$ egyenlet.	1 pont	
$n - 1 = 485$	1 pont	
A sorozat 486. tagja az 1456.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

17. b) első megoldás		
Az adott egyenes egyenletét átalakítva: $-3x + y = 1$.	1 pont	
Az egyenes egyik normálvektora (–3; 1),	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
a rá merőleges egyenes egyik normálvektora (1; 3).	1 pont	
A merőleges egyenes egyenlete: $x + 3y = (1 \cdot 14 + 3 \cdot 56 =) 182$.	2 pont	
Összesen:	**5 pont**	

17. b) második megoldás		
Az adott egyenes meredeksége 3,	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
az erre merőleges egyenes meredeksége $-\frac{1}{3}$.	1 pont	
(A kérdéses egyenes egyenletét $y = -\frac{1}{3}x + b$ alakban keresve) $56 = -\frac{1}{3} \cdot 14 + b$	1 pont	$y = m(x - x_0) + y_0$, *tehát* $y = -\frac{1}{3}(x - 14) + 56$.
$b = \frac{182}{3}$	1 pont	
A kérdéses egyenes egyenlete: $y = -\frac{1}{3}x + \frac{182}{3}$.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

17. c)		
Az adott függvény $x < -1$ esetén szigorúan monoton csökken,	1 pont	*Ezek a pontok egy megfelelő ábra esetén is járnak.*
$x > -1$ esetén szigorúan monoton növekszik.	1 pont	
A függvény legkisebb értéke az $x = -1$ helyen 0.	1 pont	
A –14-hez 39-et,	1 pont	$f(56) > f(-14)$
az 56-hoz 171-et rendel a függvény.	1 pont	
Az értékkészlet [0; 171].	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

18. a)		
Hat különböző számjegyből $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 151\,200$ különböző jelszó állítható össze.	2 pont	
Ennyi jelszót az alkalmazás $\frac{151\,200}{1{,}5 \cdot 10^7} \approx$	1 pont	
$\approx 0{,}01$ másodperc alatt próbál ki.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

18. b) első megoldás		
Az összes **B** típusú jelszó száma: 26^8.	1 pont	*Az összes ilyen jelszó kipróbálásához kb.* 3,867 *óra,*
Az összes **C** típusú jelszó száma: $26^{10} \cdot \binom{10}{2}$.	1 pont	*az összes ilyen jelszó kipróbálásához pedig kb.* 117 639 óra (*kb.* 13,5 év) *szükséges.*
Ezek aránya $\frac{26^{10} \cdot \binom{10}{2}}{26^8} =$	1 pont	
= 30 420. Ennyiszer több időre van szüksége az alkalmazásnak az összes **C** típusú jelszó kipróbálásához, mint az összes **B** típusú jelszó kipróbálásához.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

18. b) második megoldás		
A **C** típusú jelszók két karakterrel hosszabbak a **B** típusú jelszavaknál, és mindkét plusz karakter 26-féle lehet,	1 pont	
ami 26^2 (= 676)-szor annyi lehetőséget jelent.	1 pont	
Ezen túl $\binom{10}{2}$(= 45)-féleképpen választható meg az, hogy a tíz karakter közül melyik kettő legyen a nagybetű.	1 pont	
Így az összes **C** típusú jelszó kipróbálásához $26^2 \cdot \binom{10}{2}$ = 30 420-szor annyi időre van szüksége az alkalmazásnak, mint az összes **B** típusú jelszó kipróbálásához.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

18. c)		
Az összehasonlított jelszavak számát n-nel jelölve megoldandó az $\frac{n(n-1)}{2} < 900$ egyenlőtlenség (ahol n pozitív egész szám).	1 pont	
Ebből $n^2 - n - 1800 < 0$.	1 pont	
Az $n^2 - n - 1800 = 0$ egyenlet gyökei $n \approx -41{,}9$ és $n \approx 42{,}9$.	1 pont	
Mivel az $n^2 - n - 1800 = 0$ kifejezés főegyütthatója pozitív,	1 pont	*Ez a pont egy megfelelő ábra esetén is jár.*
ezért az egyenlőtlenség megoldása a pozitív egészek halmazán: $0 < n < 43$.	1 pont	
Legfeljebb 42 jelszót hasonlított össze a program.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó indoklás nélkül (pl. próbálgatással) helyes választ ad, akkor ezért 2 pontot kapjon.

18. d)		
$\lg 2^{77\,232\,917} = 77\,232\,917 \cdot \lg 2 \approx$	1 pont	
$\approx 23\,249\,424{,}7$	1 pont	
A kérdéses szám számjegyeinek a száma tehát valóban 23 249 425.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	