

10. hét

Szöveges szélsőérték feladatok

- 1) Egy téglalap kerülete $100m$. Határozzuk meg az oldalai hosszúságát úgy, hogy a területe maximális legyen!
- 2) Budapesten egy tűzfal melletti téglalap alakú kert kerülete $400m$. Határozzuk meg a kert oldalait úgy, hogy a területe a lehető legnagyobb legyen!
- 3) Egy téglalap alakú kert területe $400m^2$. Határozzuk meg az oldalait úgy, hogy a kerülete a lehető legkisebb legyen!
- 4) Egy felül nyitott négyzet alapú egyenes hasáb alakú tároló felszíne $75dm^2$. Határozzuk meg az éleit úgy, hogy a térfogata a lehető legnagyobb legyen!
- 5) Egy $2dm$ sugarú körlemezről körcikket vágunk ki, majd a körcikkből tölcserűt hajtunk (a kúp csúcspontja a kör középpontja legyen). Mekkora középponti szögű körkikk esetén lesz a keletkező kúp térfogata maximális?
- 6) Egy 100×250 -es téglalap alakú lemez mindegyik sarkából levágunk egy-egy ugyanakkora négyzetet, majd a maradék lemez oldalán felhajtjuk a téglalapokat úgy, hogy egy felül nyitott, téglalapszerű tartályt tudjunk hegeszteni belőle. Mekkora négyzeteket kell kivágnunk kezdetben, hogy az elkészült tartály a lehető legnagyobb térfogatú legyen? Adjuk meg ezt a maximális térfogatot!
- 7) Egy felül nyitott csatorna keresztmetszete egyenlőszárú trapéz, amelynek alapja $60cm$, szárjai $40cm$ hosszúak. Mekkora lehet a keresztmetszet maximuma?
- 8) A $2m$ alkotójú egyenes körkúpok közül melyiknek maximális a térfogata?
- 9) Egy $3m$ sugarú gömbbe egyenes körhengereket írunk. Adjuk meg a maximális térfogatú körhenger adatait (alapkör sugara, magasság, térfogat)!
- 10) Egy $10m$ területű ablak egy téglalapról és az egyik oldal fölé emelt félkörből áll. Hogyan készítsük el az ablakot, hogy a területe maximális legyen?
- 11) Egy épülő atlétika pályán két párhuzamos egyenes szakaszból és az őket összekötő félkörívekből áll a futópálya. Hogyan kell kialakítani a pálya alakját, hogy a futópálya hossza $400m$ legyen és a lehető legnagyobb területű, téglalap alakú futópálya férjen el a belsejében?
- 12) Két pozitív valós szám összege tíz. Hogyan válasszuk meg ezeket a számokat, hogy négyzetük összege minimális legyen?
- 13) Két pozitív valós szám összege tíz. Hogyan válasszuk meg ezeket a számokat, hogy köbük összege minimális legyen?
- 14) Csővezetékkel kell lefektetni a tengeri fúrótorny és a parti finomító között. A torony 10 kilométerre van a parttól, a finomítótól pedig légvonalban 26 kilométerre. A víz alatt futó vezeték költsége 500.000 dollár/km, míg a szárazföldön futó vezetéké 300.000 dollár/km. Hogyan kell megépíteni a csővezetékkel (hány km haladjon a tenger alatt, s mennyi a szárazföldön) hogy a költsége legkisebb legyen?

- 15) Valamely anyag mennyisége az időtől függően a $Q(t) = 2t^2 - 6t + 7$ függvény szerint változik. A változás a $[0;5]$ zárt időintervallumban folyik.
- Adjuk meg a változás sebességfüggvényét!
 - Mikor nő, illetve mikor csökken a Q függvény értéke? Mennyi Q maximuma, illetve minimuma?
 - Mennyi a változási gyorsaság az 1, 2 és a 4 időpillanatban?
- 16) Egy üzem 2000 darab terméket gyárt havonta. Mindegyik terméken átlagosan 10000 Ft haszná van. Piackutatás után megállapítják, hogy az árból minden egyes 100 Ft engedmény hatására 200 -zal több terméket tudnának eladni. Mennyivel csökkentse az üzem a termék árát, hogy a havi nyereséget maximalizálja?
- 17) Egy termék (darabonkénti) árát a $p(x) = 200 \cdot e^{\frac{-x}{1000}}$ függvény adja meg a gyártott darabszám (x) függvényében.
- Írjuk fel a bevételt leíró függvényt és adjuk meg értelmezési tartományát!
 - Mely darabszám mellett lesz a bevétel maximális? Adjuk meg ezt a maximális bevételt!
- 18) Az alábbi táblázat tartalmazza 3 részvény aktuális és várható árfolyamát (Ft-ban) a dollárban mért olajár változás (x) függvényében.

Portfólióm az alábbi:

- 500 db Légyvidám Zrt. Részvény
- 1950 db LilaAkác Zrt. Részvény
- 500 db Nyárfá Zrt. Részvény

Milyen olajárváltozás mellett éri el a portfólió a legnagyobb értékét, és mennyi ez a változás?

	Ft	Ft
Légyvidám Zrt.	1000	$1000 - x^2$
LilaAkác Zrt.	2000	$2000 + 10x$
Nyárfá Zrt.	3000	$3000 - x^2 + x$