

Az  $a_1, a_2, \dots, a_n$  pozitív számokra

$$\text{Számítani } m_a = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

$$\text{Mértani } m_g = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$$

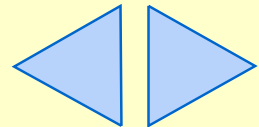
$$\text{Harmónikus } m_h = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$$

$$\text{Négyzetes (kvadrátikus) } m_q = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}$$

A következő egyenlőtlenség áll fenn:

Harmónikus  $\leq$  Mértani  $\leq$  Számítani  $\leq$  Négyzetes

$$m_h \leq m_g \leq m_a \leq m_q$$



Ezek közül találokra az egyiket kiválasztom, és igazolom.

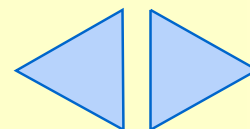
$$m_a \leq m_q$$

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}$$

Négyzetre emelve: 
$$\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 + 2a_1a_2 + 2a_1a_3 + \dots + 2a_{n-1}a_n}{n^2} \leq \frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}$$

Beszorzunk  $n^2$ -tel, majd jobb oldalra rendezzük az egyenletet

$$\begin{aligned} 0 &\leq (a_1^2 - 2a_1a_2 + a_2^2) + (a_1^2 - 2a_1a_3 + a_3^2) + \dots + (a_{n-1}^2 - 2a_{n-1}a_n + a_n^2) = \\ &= (a_1 - a_2)^2 + (a_1 - a_3)^2 + \dots + (a_{n-1} - a_n)^2 \end{aligned}$$



Egy teljes négyzet mindig pozitív. Ezzel igazoltuk az egyenlőtlenséget.