

1. A $PQRS$ négyszög csúcsai: $P(3; -1)$, $Q(1; 3)$, $R(-6; 2)$ és $S(-5; -5)$.
 Döntse el, hogy az alábbi három állítás közül melyik igaz és melyik hamis! Tegyen * jelet a táblázat megfelelő mezőibe! Válaszait indokolja, támassa alá számításokkal!
- a) A állítás: A $PQRS$ négyszögnek nincs derékszöge.
 b) B állítás: A $PQRS$ négyszög húrnégyszög.
 c) C állítás: A $PQRS$ négyszögnek nincs szimmetriacentruma.
2. Legyen adott az $f: [-2,5; 2,5] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 - 3x$ függvény.
- a) Határozza meg az f függvény zérushelyeit!
 b) Vizsgálja meg az f függvényt monotonitás szempontjából!
 c) Adja meg az f függvény legnagyobb és legkisebb értékét!
3. Oldja meg az alábbi egyenletrendszert, ahol x és y valós számok!
- $$\left. \begin{array}{l} 10^y = x - 3 \\ \lg(x^2 - 4x + 3) = 2y + 1 \end{array} \right\}$$
- 4.
- a) Legyen (a_n) egy mértani sorozat, melynek első tagja 5, hányadosa 3.
 Mennyi a valószínűsége, hogy ha ennek a mértani sorozatnak az első 110 tagjából egyet véletlenszerűen kiválasztunk, akkor a kiválasztott tag 11-gyel osztva 1 maradékot ad?
- b) Legyen (b_n) egy számtani sorozat, amelynek az első tagja 5, és a differenciája 3.
 Mekkora a valószínűsége, hogy ha ennek a számtani sorozatnak az első 110 tagjából egyet véletlenszerűen kiválasztunk, akkor a kiválasztott tag 11-gyel osztva 1 maradékot ad?

5. Panni és Kati elvállalta, hogy szövegszerkesztővel legépelik Dani szakdolgozatát. A két lány együttes munkával 12 munkaóra alatt végezne a gépeléssel. Kedden reggel 8 órakor kezdett Panni a munkához, Kati 10 órakor fogott hozzá. Megállás nélkül, ki-ki egyenletes sebességgel dolgozott kedden 14 óráig, ekkor a kéziratnak a 40%-ával végeztek, és abbahagyták a munkát.
- a) Hány óra alatt gépelné le Panni, illetve Kati a teljes szakdolgozatot (állandó munkatempót, és megszakítás nélküli munkát feltételezve)?

Szerdán reggel egyszerre kezdtek hozzá 9 órakor a gépeléshez, és együtt egyszerre fejezték be. Szerdán Panni fél óra ebédszünetet tartott, Kati pedig a délelőtti munkáját egy órányi időtartamra megszakította.

- b) Hány órakor végeztek a lányok a munkával szerdán?
6. Egy közvélemény-kutató intézet felméréséből kiderült, hogy a felnőttek 4%-a szintévesztő. Véletlenszerűen kiválasztunk 8 felnőttet abból a népességből, melyre ez a felmérés vonatkozott. Mekkora a valószínűsége, hogy közöttük
- a) pontosan két személy szintévesztő?
b) legalább két személy szintévesztő?

A két valószínűség értékét ezred pontossággal adja meg!

Ebben az intézetben 8 férfi és 9 nő dolgozik főállásban. Egy megbeszélés előtt, amikor csak ez a 17 főállású kutató jelent meg, a különböző nemű kutatók között 45 kézfogás történt. Tudjuk, hogy minden nő pontosan 5 férfival fogott kezét, és nincs két nő, aki pontosan ugyanazzal az öttel.

- c) Lehetséges-e, hogy volt két olyan férfi is, aki senkivel sem fogott kezét?
7. A világhírű GAMMA együttes magyarországi koncertkörútja során öt vidéki városban lépett fel. Az alábbi táblázat tartalmazza a körút néhány üzleti adatát.

város	fizető nézők száma	egy jegy ára (Ft)	bevétel a jegyeladásból (ezer Ft)
Debrecen	12350		14820
Győr	8760		12264
Kecskemét		1600	22272
Miskolc	9970	1500	
Pécs		1300	15405

- a) A koncertturné során melyik városban adták el a legtöbb jegyet?
b) Mennyi volt az összes eladott jegy átlagos ára?

Bea elment Budapesten a GAMMA együttes koncertjére, és becslése szerint ott 50 000 ember hallgatta a zenét. Peti Prágában volt ott az együttes koncertjén, ahol a nézők számát 60 000 főre becsülte. A GAMMA együttes menedzsere, aki ismerte a tényleges nézőszámokat, elárulta, hogy:

- Budapesten a tényleges nézőszám nem tér el 10 %-nál többel a Bea által adott becsléstől.
 - Peti becslése nem tér el 10 %-nál többel a tényleges prágai nézőszámtól.
- c) Mekkora a budapesti nézőszám és a prágai nézőszám közötti eltérés lehetséges legnagyobb értéke, a kerekítés szabályainak megfelelően ezer főre kerekítve?
d) A fenti adatok ismeretében előfordulhatott-e, hogy Budapesten és Prágában ugyanannyi ember volt a GAMMA együttes koncertjén?

8.

- a) Ábrázolja függvény-transzformációk segítségével a $[-3; 4]$ intervallumon az $x \mapsto x^2 - 2|x| - 3$ hozzárendelési szabállyal megadott függvényt!
- b) Legyen az f , g és h függvények értelmezési tartománya a valós számok halmaza, hozzárendelési szabályuk: $f(x) = x^2 - 2x - 3$; $g(x) = x - 3$; $h(x) = |x|$.

Képezzünk egyszeresen összetett függvényeket a szokásos módon. Például

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = (x^2 - 2x - 3) - 3 = x^2 - 2x - 6.$$

Készítse el – a fenti példának megfelelően – az f , g és h függvényekből pontosan két különböző felhasználásával képezhető egyszeresen összetett függvényeket!

Sorolja fel valamennyit!

(A $(g \circ f)(x)$ függvényt nem szükséges újra felírni.)

- c) Keressen példát olyan p és t , a valós számok halmazán értelmezett függvényre, amelyre

$$(p \circ t)(x) = (t \circ p)(x) !$$

Adja meg a p és a t függvény hozzárendelési szabályát!

9. Az $ABCD A'B'C'D'$ téglatestben úgy jelöltük a csúcsokat, hogy az $ABCD$ alaplappal egybevágó lapon az A' csúcsot az A -val, a B' csúcsot a B -vel, a C' csúcsot a C -vel, a D' csúcsot a D -vel kösse össze él. Tudjuk, hogy a DAD' szög 45° -os, a BAB' szög 60° -os.

- a) Mekkora a $B'AD'$ szög koszinusza?
- b) Mekkora az $AB'A'D'$ tetraéder térfogata, ha a téglatest legrövidebb éle 10?
- c) Mekkora az $AA'D'$ és az $AB'D'$ síkok hajlásszöge?