

1. Egy háromszög két csúcsa $A(8; 2)$, $B(-1; 5)$, a C csúcs pedig illeszkedik az y tengelyre. A háromszög köré írt kör egyenlete: $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 12 = 0$.

a) Adja meg a háromszög oldalfelező merőlegesei metszéspontjának koordinátáit!

b) Adja meg a háromszög súlypontjának koordinátáit!

2. Aladár, Béla, Csaba, Dani és Ernő szombat délutánonként együtt teniszeznek. Mikor megérkeznek a tenispályára, mindegyik fiú kezét fogja a többiekkel.

a) Hány kézfogás történik egy-egy ilyen közös teniszezés előtt?

Legutóbb Dani és Ernő együtt érkezett a pályára, a többiek különböző időpontokban érkeztek.

b) Hány különböző sorrendben érkezhettek ezen alkalommal?

c) A fiúk mindig páros mérkőzéseket játszanak, ketten kettő ellen. (Egy páron belül a játékosok sorrendjét nem vesszük figyelembe, és a pálya két tételét nem különböztetjük meg.) Hány különböző mérkőzés lehetséges?

3. Péter nagypapája minden évben félretett némi pénzösszeget egy perselybe unokája

számára. 5000 Ft-tal kezdte a takarékoskodást 1996. január 1-én. Ezután minden év első napján hozzátett az addig összegyűlt összeghez, mégpedig az előző évben félretettnél 1000 Ft-tal többet. 2004. január 1-jén a nagypapa bele tette a perselybe a megfelelő összeget, majd úgy döntött, hogy a perselyt unokájának most adja át.

a) Mekkora összeget kapott Péter?

b) Péter nagypapája ajándékából vett néhány apróságot, de elhatározta, hogy a kapott összeg nagyobb részét 2005. január 1-jén bankszámlára teszi. Be is tett 60000 Ft-ot évi 4%-os kamatos kamatra (a kamatok minden évben, év végén hozzáadódnak a tőkéhez). Legalább hány évig kell Péternek várnia, hogy a számláján legalább 100000 Ft legyen úgy, hogy közben nem fizet be erre a számlára?

4. a) Ábrázolja derékszögű koordinátarendszerben az

$$f : [0; 7] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = |x^2 - 6x + 5|$$

függvényt!

b) Adja meg az f függvény értékkészletét!

c) A p valós paraméter értékétől függően hány megoldása van az

$$|x^2 - 6x + 5| = p$$

egyenletnek a $[0; 7]$ intervallumon?

5. Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!

$$\left. \begin{aligned} \log_x(x^2 y^3) + \log_y(x^3 y) &= 9 \\ \cos(x + y) + \cos(x - y) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

6. A következő táblázat egy 30 fős kilencedik osztály első félév végi matematikaosztályzatainak megoszlását mutatja.

Érdemjegy	5	4	3	2	1
Tanulók száma	4	7	9	8	2

- a) Ábrázolja az érdemjegyek eloszlását oszlopdiagramon!
b) Mennyi a jegyek átlaga?
c) Véletlenszerűen kiválasztjuk az osztály egy tanulóját. Mi a valószínűsége annak, hogy ez a tanuló legalább 3-ast kapott félév végén matematikából?
d) Két tanulót véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége annak, hogy érdemjegyeik összege osztható 3-mal?
6. a) A KLMN derékszögű trapéz alapjai $KL=2\sqrt{12}$ és $MN=3\sqrt{75}$ egység hosszúak, a derékszögű szár hossza $10\sqrt{2}$ egység. A trapézt megforgatjuk az alapokra merőleges LM szár egyenesére körül.

Számítsa ki a keletkezett forgástest térfogatát! (π két tizedesjegyre kerekített értékével számoljon, és az eredményt is így adja meg!)

- b) Az ABCD derékszögű érintőtrapéz AB és CD alapjai ($AB > CD$) hosszának összege 20. A beírt körnek az alapokra nem merőleges AD szárral vett érintési pontja negyedeli az AD szarat.

Számítsa ki a trapéz oldalainak hosszát!

8.

- a) Egy osztály tanulói a tanév során három kiránduláson vehettek részt. Az elsón az osztály tanulóinak 60 százaléka vett részt, a másodikon 70 százalék, a harmadikon 80 százalék. Így három tanuló háromszor, a többi kétszer kirándult.

Hány tanulója van az osztálynak?

- b) A három közül az első kiránduláson tíz tanuló körmérkőzéses asztaliteniszbajnokságot játszott. (Ez azt jelenti, hogy a tíz tanuló közül mindenki mindenkivel pontosan egy mérkőzést vívott.) Mutassa meg, hogy 11 mérkőzés után volt olyan tanuló, aki legalább háromszor játszott!

- c) A második kirándulásra csak az osztály kosárlabdázó tanulói nem tudtak elmenni, mivel éppen mérkőzésük volt. A kosarasok átlagmagassága 182 cm, az osztály átlagmagassága 174,3 cm.

Számítsa ki a kiránduláson részt vevő tanulók átlagmagasságát!

9. Egy centiméterben mérve egész szám élhosszúságú kockát feldaraboltunk 99 kisebb kockára úgy, hogy közülük 98 darab egybevágó, 1 cm élű kocka. Számítsa ki az eredeti kocka térfogatát!