

- Kinga 10. születésnapja óta kap havi zsebpénzt a szüleitől. Az első összeget a 10. születésnapján adták a szülők, és minden hónapban 50 Ft-tal többet adnak, mint az azt megelőző hónapban. Egy bizonyos hónapban, mikor éppen 1850 Ft volt a havi zsebpénze, összeadta az addig kapott összes zsebpénzét. Az összeg 35100 Ft lett. Mennyi volt Kinga induló zsebpénze, és hány hónap telt el a 10. születésnapja óta?
- Az ENSZ 1996-ban megjelent táblázatának egy részlete a nyolc legnagyobb népesség-számú ország népességi adatait tartalmazza 1988-ban, és egy népesedésdinamikai modell előrejelzése alapján 2050-ben.

Sorrend	1988		2050 (előrejelzés)	
	Ország	Népességszám (millió fő)	Ország	Népességszám (millió fő)
1	Kína	1255	India	1533
2	India	976	Kína	1517
3	Egyesült Államok	274	Pakisztán	357
4	Indonézia	207	Egyesült Államok	348
5	Brazília	165	Nigéria	339
6	Oroszország	148	Indonézia	318
7	Pakisztán	147	Brazília	243
8	Japán	126	Banglades	218

Feltételezzük, hogy Pakisztán lakossága 1988 és 2050 között minden évben ugyanannyi százalékkal nő, mint amennyi százalékkal az előző évben növekedett.

- Ezzel a feltételezéssel élve (millió főre kerekítve) hány lakosa lesz Pakisztánnak 2020-ban? (Az évi százalékos növekedés két tizedesjegyre kerekített értékével számoljon!)
  - A táblázat mindkét oszlopában szereplő országok népességi adataira vonatkozóan mennyivel változik az átlagos lakosságszám és a medián 1988 és 2050 között? (Válaszát millió főben, két tizedesjegyre kerekítve adja meg.)
- Egy 32 fős érettségiző osztály tanulói három különböző táncot mutatnak be a szalagavató bálon. Az alábbi táblázat az egyes táncokban fellépő diákok számát mutatja nemenkénti bontásban.

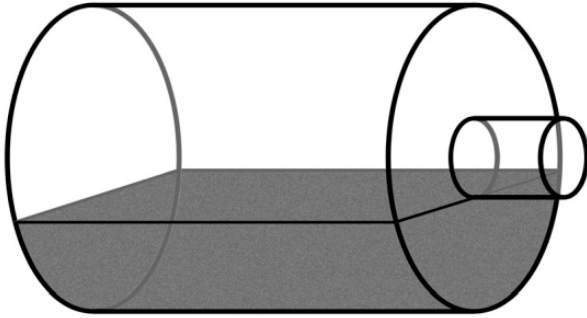
	Keringő	Kán-kán	Hip-hop	Egyik sem
Lány	9	6	10	2
Fiú	9	0	4	2

Van 2 olyan lány, aki mindhárom táncban fellép, ugyanakkor nincs olyan fiú az osztályban, aki egynél több produkcióban részt venne.

- A lányok közül kettőt véletlenszerűen kiválasztva, mennyi annak a valószínűsége, hogy mindketten táncolnak a kán-kánban?
  - Az osztály tanulói közül egyet véletlenszerűen kiválasztva, mennyi a valószínűsége annak, hogy az illető pontosan két táncban szerepel?
- Oldja meg a következő egyenletrendszer, ha  $x$  és  $y$  valós számok, továbbá  $x > 0$ ,  $x \neq 1$  és  $y > 0$ ,  $y \neq 1$ 

$$\begin{cases} \log_x y + \log_y x = 2 \\ \sin(2x + 3y) + \sin(4x + y) = 1 \end{cases}$$
  - Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amelyik illeszkedik a  $P(2; 5)$  pontra, valamint az  $x + y = 4$  és az  $x + y = 6$  egyenletű egyeneseket olyan pontokban metszi, amelyek első koordinátájának különbsége 3.
  - Két szabályos dobókockát egyszerre feldobunk. Számítsa ki a következő két esemény valószínűségét:  
A: a dobott pontok összege prím;  
B: a dobott pontok összege osztható 3-mal.
    - Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből véletlenszerűen kiválasztunk három különbözőt. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott számjegyek mindegyikének egyszeri felhasználásával 4-gyel osztható háromjegyű számot tudunk képezni?
    - Az  $ABCD$  négyzet csúcsai:  $A(0; 0)$ ,  $B\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$ ,  $C\left(\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $D\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ . Véletlenszerűen kiválasztjuk a négyzet egy belső pontját. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott pont a koordinátatengelyek és az  $f: \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \cos x$  függvény grafikonja által határolt tartomány egyik pontja?

7. Egy pillepalack alakja olyan forgáshenger, amelynek alapköre 8 cm átmérőjű. A palack fedőkörén található a folyadék kiöntésére szolgáló szintén forgáshenger alakú nyílás. A két hengernek közös a tengelye. A kiöntő nyílás alapkörének átmérője 2 cm. A palack magassága a kiöntő nyílás nélkül 30 cm. A palack vízszintesen fekszik úgy, hogy annyi folyadék van benne, amennyi még éppen nem folyik ki a nyitott kiöntő nyíláson keresztül.



- a) Hány deciliter folyadék van a palackban? (Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!)
- b) A palack tartalmát kiöntve, a palackot összenyomva, annak eredeti térfogata  $2p$  százalékkal csökken. Egy hulladékot újrahasznosító cég (speciális gép segítségével) az ilyen módon tömörített palack térfogatát annak további  $p$  százalékkal tudja csökkenteni. Az összenyomással, majd az ezt követő gépi tömörítéssel azt érik el, hogy a palackot eredeti térfogatának  $19,5$  százalékára nyomják össze. Határozza meg  $p$  értékét!
8. a) Ábrázolja a derékszögű koordináta-rendszerben az  $f : [0; 5] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$  függvényt.
- b) Tekintsük az  $|(x - 2)^2 - 1| = k$  paraméteres egyenletet, ahol  $k$  valós paraméter. Vizsgálja a megoldások számát a  $k$  paraméter függvényében!
- c) Ábrázolja a megoldások számát megadó függvényt a  $k \in ] - 6, 6[$  intervallumon!
- d) Adja meg a c)-beli függvény értékkészletét!
9. Öt, egymástól távol eső tanya között kábeleket feszítenek ki, bármely két tanya között legfeljebb egyet.
- a) Elvileg összesen hány különböző hálózatot lehetséges létrehozni a tanyák között? (A hálózatban a kifeszített kábelek száma 0-tól 10-ig bármennyi lehet. Két hálózatot akkor tekintünk különbözőnek, ha van olyan összeköttetés, amely az egyikben létezik, de a másikban nem.)
- b) Takarékosági okokból csak 4 kábelt feszítenek ki úgy, hogy a hálózat azért összefüggő legyen. (Összefüggőnek tekintünk egy hálózatot, ha a kábelek mentén bármely tanyáról bármely másikba el lehet jutni, esetleg más tanyák közbeiktatásával.) Hány különböző módon tehetik ezt meg, ha az egyes tanyákat megkülönböztetjük egymástól?