I.

1. Az A halmaz elemei a háromnál nagyobb egyjegyű számok, a B halmaz elemei pedig a húsznál kisebb pozitív páratlan számok. Sorolja fel az $A \cap B$ halmaz elemeit!(2p)

2. Az $\quad a = 2$ és $b = -1$ esetén számítsa ki C értékét, ha $\dfrac{1}{c} = \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}$.(2p)

3. Melyik nagyobb: $\quad A = sin\dfrac{7\pi}{2} \quad B = log_2\dfrac{1}{4}$?(2p)

4. Egy dobozban húsz golyó van, aminek a 45 százaléka kék, a többi piros. Mekkora annak a valószínűsége, hogy ha találomra egy golyót kihúzunk, akkor az piros lesz?(3p)

5. Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz és melyik hamis!(3p)

   a) Ha egy természetes szám osztható hattal és tízzel, akkor osztható hatvannal.

   b) A 20-nál kisebb pozitív prímszámok összege páratlan.

   c) A deltoid átlói felezik a belső szögeket.

6. Adja meg a $lgx^2 = 2{\cdot}lgx$ egyenlet megoldáshalmazát!(2p)

7. Egy számtani sorozat első és ötödik tagjának összege 60. Mennyi a sorozat első öt tagjának az összege? Válaszát indokolja!(3p)

8. Hány olyan háromjegyű szám képezhető az 1,2,3,4,5 számjegyekből, amelyikben csupa különböző számjegyek szerepelnek?(2p)

9. Mely valós számokra teljesül a $[0; 2\pi]$ intervallumon a $sinx = \dfrac{1}{2}$ egyenlőség?(2p)

10. Fejezze ki az $\vec{i}$ és a $\vec{j}$ vektorok segítségével a $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ vektort, ha $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ és $\vec{b} = -\vec{i} + 5\vec{j}$!(3p)

11. Öt szám átlaga 7. Az öt szám közül négyet ismerünk, ezek az 1, a 8, a 9 és a 12. Határozza meg a hiányzó számot! Válaszát számolással indokolja!(3p)

12. Adja meg a $[-2; 3]$ intervallumon értelmezett $f(x) = x^2 + 1$ függvény értékkészletét!(3p)

II/A

13. a) Mely pozitív egész számokra igaz a következő egyenlőtlenség?(4p)

$$5^{x-2} < 5^{13-2x}$$

   b) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!(8p)

$$9^{\sqrt{x}} = 3^{x-3}$$

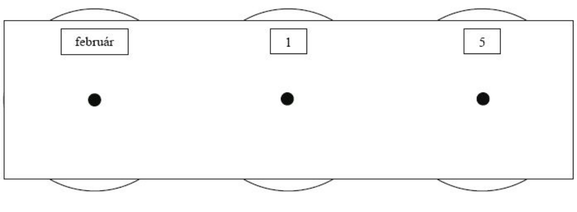
14. Az iskola rajztermében minden rajzasztalhoz két széket tettek, de így a legnagyobb létszámú osztályból nyolc tanulónak nem jutott ülőhely. Minden rajzasztalhoz betettek egy további széket, és így hét üres hely maradt, amikor ebből az osztályból mindenki leült.

   a) Hány rajzasztal van a teremben? Hányan járnak az iskola legnagyobb létszámú osztályába?(6p)

   A rajzterem falát (lásd az ábrán) egy naptár díszíti, melyben három forgatható korong található. A baloldali korongon a hónapok nevei vannak, a másik két korongon pedig a napokat jelölő számjegyek forgathatóak ki. A középső korongon a 0, 1 , 2, 3 ; a jobb szélsőn pedig a 0, 1, 2 , 3, ...8,9 számjegyek szerepelnek. Az ábrán beállított dátum február 15. Ezzel a szerkezettel kiforgathatunk valóságos vagy csak a képzeletben létező "dátumokat".

   b) Összesen hány "dátum" forgatható ki?(3p)

   c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a három korongot véletlenszerűen megforgatva olyan dátumot kapunk, amely biztosan létezik az évben, ha az nem szökőév.(3p)



15. Egy négyzet és egy rombusz egyik oldala közös, a közös oldal 13 cm hosszú. A négyzet és a rombuszt területének az aránya 2 : 1.

a) Mekkora a rombusz magassága?(5p)

b) Mekkorák a rombusz szögei?(3p)

c) Milyen hosszú a rombusz hosszabbik átlója? A választ két tizedesjegyre kerekítve adja meg!(4p)

(A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!)

II/B

16. Egy televíziós vetélkedőn 20 játékost vesz részt. A műsorvezető kérdésére a lehetséges három válasz közül kell a játékosoknak az egyetlen helyes megoldást kiválasztani, melyet az A, a B vagy a C gomb megnyomásával jelezhetnek. A vetélkedő három fordulóból áll, minden fordulóban négy kérdésre kell válaszolni. Amelyik versenyző hibásan válaszol, 0 pontot kap. A helyes válaszért annyi pont jár, ahány helytelen válasz született (pl. ha Péter jól válaszol és 12-en hibáznak, akkor Péter 12 pontot szerez).

a) Töltse ki az első forduló táblázatának hiányzó adatait!(4p)

Első forduló eredményei	**1. kérdés**	**2. kérdés**	**3. kérdés**	**4. kérdés**
Anikó válasza	helyes	hibás	helyes	
Jó válaszok száma	7	10		8
Anikó elért pontszáma			5	0

b) Hány százalékkal növekedett volna Anikó összpontszáma az első fordulóban, ha a második kérdésre is jól válaszolt volna?(A többi játékos válaszát változatlannak képzeljük.)(3p)

c) Ha Anikó valamelyik másik fordulóban mind a négy kérdésre találomra válaszol, akkor mennyi a valószínűsége, hogy minden válasz helyes?(3p)

d) Hány játékosnak kell helyesen válaszolnia egy adott kérdésre ahhoz, hogy a 20 játékosnak erre a kérdésre kapott összpontszáma a lehető legtöbb legyen? Válaszát indokolja!(7p)

17. Szabó nagymamának öt unokája van, közülük egy lány és négy fiú. Nem szeret levelet írni, de minden héten ír egy-egy unokájának, így öt hét alatt mindegyik unoka kap levelet.

a) Hányféle sorrendben kaphatják meg az unokák a levelüket az öt hét alatt?(3p)

b) Ha a nagymama véletlenszerűen döntötte el, hogy melyik héten melyik unokájának írt levél következik, akkor mennyi a valószínűsége annak, hogy lányunokája levelét az ötödik héten írja meg?(3p)

Szabó nagymama sálat kötött egyetlen leányunokájának. Az első napon $8cm$ készült el a sálból, és a nagymama elhatározta, hogy a további napokon minden nap 20 százalékkal többet köt meg, mint az előző napon. Ezt az elhatározását tartani tudta.

c) Hány nap alatt készült el a 2 méter hosszúra tervezett sár?(11p)

18. Egyenlő szárú háromszög alapja $40cm$, szárainak hossza $52cm$. A háromszöget megforgatjuk a szimmetriatengelye körül. (Válaszait két tizedesjegyre kerekítve adja meg!)

a) Készítsen vázlatrajzot az adatok feltüntetésével, és számítsa ki, hogy mekkora a keletkező forgáskúp nyílásszöge?(4p)

b) Számítsa ki a keletkező forgáskúp térfogatát!(3p)

c) Mekkora a felszíne annak a gömbnek, amelyik érinti a kúp alapkörét és a palástját?(6p)

d) Mekkora a kúp kiterített palástjának a területe?(7p)