

Az a, b, c pozitív számokra

Számtani $m_a = \frac{a+b+c}{3}$

Mértani $m_g = \sqrt[3]{a \cdot b \cdot c}$

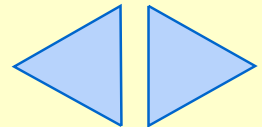
Harmónikus $m_h = \frac{3}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}$

Négyzetes (kvadratikus) $m_q = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}}$

A következő egyenlőtlenség áll fenn:

Harmónikus $\leq$ Mértani $\leq$ Számtani $\leq$ Négyzetes

$$m_h \leq m_g \leq m_a \leq m_q$$



Ezek közül találomra az egyiket kiválasztom, és igazolom.

$$m_a \leq m_q$$

$$\frac{a+b+c}{3} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{3}}$$

Négyzetre emelve: $\frac{a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc}{9} \leq \frac{a^2+b^2+c^2}{3}$

Beszorzunk 9-cel, majd jobb oldalra rendezzük az egyenletet

$$0 \leq a^2 - 2ab + b^2 + a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bc + c^2 = (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2$$

Egy teljes négyzet mindig pozitív. Ezzel igazoltuk az egyenlőtlenséget.

Hasonló módon mindegyik egyenlőtlenség igazolásakor
különbségek négyzete jön be.

