1. Ábrázold és jellemezd a következő függvényeket!
a)$a(x)=sinx$ b)$b(x)=cosx$ c)$c(x)=tgx$ d)$d(x)=ctgx$ e)$e(x)=sin(-x)$ f)$f(x)=3cosx$ g)$g(x)=tgx+1$ h)$h(x)=ctg(x+\frac{\pi}{2})$ i)$i(x)=-2sin(x-\pi)+1$ j)$j(x)=\frac{1}{2}cos(x+\frac{3\pi}{2})$ k)$k(x)=sin2x$ l)$l(x)=sin\frac{x}{2}$ m)$m(x)=cos2x$ n)$n(x)=cos\frac{x}{2}$ o)$o(x)=-2sin(\frac{x}{2}-\pi)+1$ p)$p(x)=2cos(2x+\frac{\pi}{4})-1$

2. a) $sinx=-\frac{1}{2}$ b) $cosx=\frac{\sqrt{3}}{2}$ c)$tgx=-\sqrt{3}$ d) $ctgx=\frac{\sqrt{3}}{3}$ e) $sin(2x-\frac{\pi}{3})=-\frac{1}{2}$ f) $cos(\frac{x}{2}-\frac{3\pi}{2})=\frac{\sqrt{3}}{2}$ g)$tg(3x+\pi)=-\sqrt{3}$ h) $ctg(\frac{3\pi}{4}-x)=\frac{\sqrt{3}}{3}$

3. a) $sinx<-\frac{1}{2}$ b) $cosx>\frac{\sqrt{3}}{2}$ c)$tgx\leq-\sqrt{3}$ d) $ctgx\geq\frac{\sqrt{3}}{3}$ e) $sin(2x-\frac{\pi}{3})<-\frac{1}{2}$ f) $cos(\frac{x}{2}-\frac{3\pi}{2})>\frac{\sqrt{3}}{2}$ g)$tg(3x+\pi)\leq-\sqrt{3}$ h) $ctg(\frac{3\pi}{4}-x)\geq\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. a) $sin^2x-\frac{1}{4}=0$ b)$|cosx|=\frac{\sqrt{3}}{2}$ c)$tg^2x-3=0$ d)$|ctgx|=\frac{1}{\sqrt{3}}$ e) $sin^2(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{3})-\frac{1}{4}=0$ f)$|cos(3x-\frac{\pi}{2})|=\frac{\sqrt{3}}{2}$ g)$tg^2(\frac{2x}{3}-\frac{\pi}{2})-3=0$ h)$|ctg(3x+\frac{\pi}{4})|=\frac{1}{\sqrt{3}}$ i)$sin^2(2x-\frac{\pi}{2})-1=0$ j)$|cos(3x+\frac{\pi}{4})|-\frac{1}{2}=0$

5. a) $sin^2x-\frac{1}{4}\leq0$ b)$|cosx|\geq\frac{\sqrt{3}}{2}$ c)$tg^2x-3<0$ d)$|ctgx|>\frac{1}{\sqrt{3}}$ e) $sin^2(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{3})-\frac{1}{4}\leq0$ f)$|cos(3x-\frac{\pi}{2})|\geq\frac{\sqrt{3}}{2}$ g)$tg^2(\frac{2x}{3}-\frac{\pi}{2})-3<0$ h)$|ctg(3x+\frac{\pi}{4})|>\frac{1}{\sqrt{3}}$ i)$sinx<cosx$ j)$sinx+\sqrt{3}cosx>0$ k)$sin^2x+sinxcosx\geq1$

6. $sinx=cos(\frac{\pi}{2}-x)$ $cosx=sin(\frac{\pi}{2}-x)$ $tgx=ctg(\frac{\pi}{2}-x)$ $ctgx=tg(\frac{\pi}{2}-x)$

a)$sin2x=sinx$ b)$cos2x=cosx$ c)$tg2x=tgx$ d)$ctg2x=ctgx$ e)$sinx=cosx$ f)$tg2x=ctgx$ g)$sin2x=cosx$ h)$sin(2x+\frac{\pi}{3})=cosx$ i)$sin(\frac{x}{3}-\pi)=cos(2x+\frac{3\pi}{4})$ j)$sin(3x+2\pi)=cos(x+\pi)$ k)$tg(2x+\frac{\pi}{2})=ctg(\frac{x}{3}+\pi)$ l)$cos4x-sinx=0$ m)$sin(2x+\frac{\pi}{2})-cos(3x-\pi)=0$ n)$tg2x-ctg(x-\frac{\pi}{2})=0$ o)$cos(3x+\frac{\pi}{2})-sin(2x-\pi)=0$

7. $cosx=cos(-x)$ $sinx=-sin(-x)$ $tgx=-tg(-x)$ $ctgx=-ctg(-x)$

a)$sin5x=sinx$ b)$sin5x=-sinx$ c)$tg5x=tgx$ d)$tg5x=-tgx$ e)$sin(4x+\frac{\pi}{6})=-sinx$ f)$ctg(3x+20^\circ)=-ctgx$ g)$ctg(5x+20^\circ)=-ctgx$ h)$cos4x+sinx=0$

8. Bizonyítsa be a következő trigonometrikus összefüggéseket!
a)$cos(x\pm y)=cosxcosy\mp sinxsiny$ b)$sin(x\pm y)=sinxcosy\pm cosxsiny$ c)$sin2x=2sinxcosx$ d)$cos2x=cos^2x-sin^2x$ e)$tg(x\pm y)=\frac{tgx\pm tgy}{1\mp tgxtgy}$ f)$ctg(x\pm y)=\frac{ctgxctgy\mp1}{ctgx\pm ctgy}$ g)$tg2x=\frac{2tgx}{1-tg^2x}$ h)$ctg2x=\frac{ctg^2x-1}{2ctgx}$ i)$sin3x=3sinx-4sin^3x$ j)$cos3x=4cos^3x-3cosx$ k)$tg3x=\frac{3tgx-tg^3x}{1-3tg^2x}$ l)$ctg3x=\frac{ctg^3x-3ctgx}{3ctg^2x-1}$

9. Számolja ki számológép használata nélkül!
a)$cos75^\circ=$ b)$sin75^\circ=$ c)$tg75^\circ=$ d)$ctg75^\circ=$ e)$cos(-15^\circ)=$ f)$sin(-15^\circ)=$ g)$tg(-15^\circ)=$ h)$ctg(-15^\circ)=$ i)$cos(105^\circ)=$ j)$sin(105^\circ)=$ k)$tg(105^\circ)=$ l)$ctg(105^\circ)=$

10. $Asinx+Bcosx=C\Leftrightarrow\frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}sinx+\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}cosx=\frac{C}{\sqrt{A^2+B^2}}$
a)$sinx-cosx=0$ b)$sinx+cosx=0$ c)$\sqrt{3}sinx+cosx=\sqrt{2}$ d)$3sinx-4cosx=0$ e)$3sinx=4cosx$ f)$4sinx+3cosx=2$ g)$3sinx+4cosx=5$ h)$5(1-cosx)=4sinx$ i)$sinx+cosx=\frac{5}{4}$ j)$sinx+cosx=1$ k)$sinx+cosx=1,2$ l)$sinx+cosx=\sqrt{\frac{3}{2}}$ m)$sinx-\sqrt{3}cosx=1$ n)$sin4x+\sqrt{3}cos4x=\sqrt{2}$ o)$sin2x+cos2x=-1$
Zöld fgy.:2911/91,3053/4

11. Másodfokúra visszavezethető egyenletek!
a) $4sin^2x+2sinx-1=0$ b)$2sin^2x-5sinx+2=0$ c)$2cos^2x+cosx-2=0$ d)$4cos^2-2(1+\sqrt{3})cosx+\sqrt{3}=0$ e)$cos^2x-cosx=sin^2x$ f)$cosx-sin^2x=-0,4$ g)$tg^2x+5tgx-1=0$ h)$tgx-ctgx=1$ i)$tgx-ctgx=2$ j)$tgx-3ctgx=-2$ k)$2tgx+ctgx=-3$ l)$tg^4x-4tg^2x=-3$ m)$3tg^2x+3ctg^2x=16$ n)$cosx=tgx$ o)$\frac{ctgx}{sinx}=2\sqrt{3}$ p)$sinxtgx=1.5$ q)$tg^2-5=\frac{1}{cosx}$ r)$4cos^4x=cos2x+sin^22x$ s)$5cos^2x+cos^22x=4$ sz)$sin^4x+cos^4x-2sin2x+\frac{3}{4}sin^22x=0$ t)$sinx=\frac{cos2x}{2}$ ty)$9sin^2\frac{x}{2}+2cosx=4$ u)$2cos^2x=5sinx-1$ v)$cos^2x-|sinx|=\frac{1}{4}$ w)$cos10x+tg^25x=2$ x)$2sin^2x-5sinxcosx+7cos^2x=1$ y)$2ctg3x+tg3x+3=0$
Zöld fgy.:2926,2995,3000,3011,3013,3049,3057

12. Oldja meg az egyenleteket szorzattá alakítással!(Ha szükséges, használja fel a $sin^2x + cos^2x = 1$ összefüggést!)
a)$tg^3x = tgx$ b)$sin2x = cosx$ c)$sin2x = sinx$ d)$sin2x + 2cosx - sinx - 1 = 0$ e)$\frac{1}{2}sin^2 2x - 2sin^2x - cos^2x - 1 = 0$
f)$sin^2 2x - cos^2x = 0$ g)$sinx + cosx + tgx + 1 = 0$ h)$sinxcosx - sinx + cosx = 1$ i)$tgxcosx + tgx - cosx - 1 = 0$
j)$sin2x = \sqrt{2}cosx$ k)$2cosxcos2x = cosx$ l)$sinx + cosx = \frac{1}{sinx}$ m)$sinx + cosx = \frac{1}{cosx}$ n)$sin^2x + sin^2 2x = 1$
Zöld fgy.:2907-9,2925,2983-6,2996,2999,3009/17/30/39/41/61/68

13. Ismerjen fel trigonometrikus összefüggéseket!
a)$2sinxcosx = sin3x$ b)$2sin2xcos2x = cos3x$ c)$cos^2 2x - sin^2 2x = sinx$ d)$\sqrt{1 - sin^2} = cosx$
Zöld fgy.:2885/7/9/91/3/4,2906/9/13/24/33/42/88/89/92/93

14. Oldja meg az egyenleteket értékkészlet vizsgálattal!
a)$3sinx + cosy = 4$ b)$(3 - sin6x)(1 + sin2x) = 8$ c)$(2 + sinx)(4 - cosy) = 15$ d)$cosx + \sqrt{3}sinx = x^2 - 4x + 6$
e)$(sinx - 2siny)^2 + (2cosy - \sqrt{3})^2 = 0$ f)$(sinx + cosy)^2 + (siny - 1)^2 = 0$ g)$(sinx + 2cosy)^2 + (2siny - 1)^2 = 0$
h)$sin^2x + 2sinxcosy - 2siny = -2$ i)$sin^2x + 2sinxcosy - 4siny + 5 = 0$
Zöld fgy.:2884,2943-56/66/94

15. További feladatok: Zöld fgy.:2920/35/87,3001/2/10/16/18/19/26/29/31/33/39/51/62

16. a) $\begin{cases} sinx + siny = \frac{7}{12} \\ sinxsiny = \frac{1}{12} \end{cases}$ d) $\begin{cases} sin^2x + cos^2y = \frac{3}{2} \\ cos^2x - sin^2y = \frac{1}{2} \end{cases}$ f) $\begin{cases} sin(x+y) = \frac{1}{2} \\ sin2x + sin2y = \frac{1}{2} \end{cases}$ h) $\begin{cases} sinxcosy = \frac{3}{4} \\ cosxsiny = \frac{1}{4} \end{cases}$

b) $\begin{cases} cosx + cosy = \frac{14}{15} \\ cosxcosy = \frac{1}{5} \end{cases}$ i) $\begin{cases} sinx + cosy = -\frac{3}{2} \\ sin^2x - cos^2y = \frac{3}{4} \end{cases}$

c) $\begin{cases} sin^2x - cosy = 1 \\ sin^2x + cosy = 1 \end{cases}$ e) $\begin{cases} sinxsiny = \frac{1}{4} \\ cosxcosy = \frac{3}{4} \end{cases}$ g) $\begin{cases} cos2x - cos2y = -1 \\ sinxcosy = \frac{3}{4} \end{cases}$ j) $\begin{cases} x^2 - 6x - 7 < 0 \\ sinx \geq 0 \end{cases}$

Zöld fgy.:3070-3116

17. a) $sin^2 32° + sin58°\cdot cos32° =$
b) $sin11,25°\cdot sin33,75°\cdot sin56,25°\cdot sin78,75° =$
c) $tg40°\cdot cos10° + sin10° =$
d) $cos20°\cdot cos40°\cdot cos80° =$
e) $\frac{sin20°\cdot sin70}{cos50°} =$
f) $sin75°\cdot cos75° =$
g) $tg71°\cdot sin38° + sin308° =$
h) $cos17°\cdot sin73° + cos73°\cdot sin17° =$
i) $\frac{sin135°}{\cos 135°} - cos^2 30°\cdot tg^2 30° =$
j) $(1 + ctg137°)(1 + ctg136°)(1 + ctg135°)(1 + ctg134°) =$
k) $3\cdot tg30° - ctg45° + tg135° + 2\cdot cos30° =$
l) $4\cdot cos36°\cdot cos72° =$
m) $4\cdot sin15°\cdot cos525° + 1 =$
n) $cos^2 150° - 4\cdot sin^2 75°\cdot cos^2 255° =$
o) $sin28°\cdot cos253° + cos388°\cdot sin433° =$
p) $2\cdot(sin^6x + cos^6x) - 3\cdot(sin^4x + cos^4x) =$
q) $2\cdot(sin^4x + cos^4x + sin^2x\cdot cos^2x) - (sin^8x + cos^8x) =$
r) $sin^6x + cos^6x + 3\cdot sin^2x\cdot cos^2x =$

18. Általános háromszögben bizonyítsuk be a következő összefüggéseket!(Ahol R a háromszög köré, r pedig a háromszögbe írható kör sugara.)

a) $T = rs$
b) $T = \frac{absin\gamma}{2}$
c) $T = \frac{abc}{4R}$
d) $\frac{a}{b} = \frac{sin\alpha}{sin\beta}$
e) $c^2 = a^2 + b^2 - 2abcos\gamma$
f) $cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
g) $sin\alpha = \frac{2T}{bc}$
h) $ctg\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4T}$
i) $s_a = \frac{\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}}{2}$

ÉII/30o., Zöld fgy.:308o.