

1 Négyzetszámok

1. Döntse el, hogy a $2^5 \cdot 3^4 \cdot 4^2 \cdot 6^3 \cdot 10^2 \cdot 75$ szám négyzetszám-e? Ha négyzetszám, írja fel, melyik szám négyzete?
2. Igazold, hogy a négyzetszámok osztóinak száma páratlan!
3. Milyen maradékot adnak a négyzetszámok
a) 3-mal b) 4-gyel c) 5-tel d) 8-cal
osztva?
4. Melyik az a tízes számrendszerbeli legkisebb négyzetszám, amelyik 14-re végződik?
5. Legfeljebb hány négyzetszám adható meg úgy, hogy semelyik kettő különbsége ne legyen 11-gyel osztható?
6. Van-e olyan négyzetszám, amelyre a számjegyek összege
a) 5 b) 1988 c) 150?
7. Keressünk olyan négyzetszámot, ami 20-ra végződik!
8. Bizonyítsa be, hogy öt egymást követő egész szám négyzetének összege nem lehet négyzetszám!
9. Bizonyítsuk be, hogy
a) $2003^{2004} + 2004^{2003}$ nem prímszám,
b) $2003^{2004} - 2004^{2003}$ nem négyzetszám.
10. Bizonyítsuk be, hogy ha tetszőleges négy egymást követő pozitív egész szám szorzatához
a) 2000-et hozzáadunk,
b) 2001-et hozzáadunk,
akkor az eredmény sem prímszám, sem pedig négyzetszám nem lehet!
11. Mely pozitív egész n értékekre igaz, hogy $2^n + 65$ értéke négyzetszám?
12. A 14, 144, 1444, 14444, ... sorozatban hány négyzetszám van? (Tehát olyan négyzetszám, amely az 1-esből és utána néhány, de legalább egy 4-ből áll.)
13. Egy négyjegyű négyzetszám számjegyei 9-nél kisebbek. Ha mindegyik számjegyet 1-gyel megnöveljük, akkor ismét négyzetszámot kapunk. határozzuk meg az eredeti négyzetszámot!
14. Jelölje $f(n)$ azoknak az n jegyű pozitív egészeknek a számát, amelyekre igaz, hogy az n számjegy közt előfordul az 1-es és a 2-es számjegy is. Bizonyítsuk be, hogy $f(n)$ nem lehet négyzetszám, ha $n \geq 2$