

A határozott integrál alkalmazásai

6156 Számítsuk ki a következő függvények görbéje és az x tengely által bezárt terület nagyságát az adott intervallumon.

a) $a(x) = x^2 - 4x + 3$, $I = [0; 1]$;

b) $b(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 10$, $I = [1; 4]$;

c) $c(x) = x \cdot \sqrt{x} - x$, $I = [1; 4]$;

d) $d(x) = x^4 - x^3 + x^2$, $I = [-1; 1]$;

e) $e(x) = 3\cos x$, $I = \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$;

f) $f(x) = \frac{\sin x}{2}$, $I = \left[\frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{3}\right]$;

g) $g(x) = x^2 - 1$, $I = [-1; 1]$;

h) $h(x) = (x-1)^2 - 4$, $I = [0; 5]$;

i) $i(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$, $I = [0; 3]$;

j) $j(x) = -x^3 - x^2 + 2x$, $I = [-2; 2]$;

k) $k(x) = \sin x$, $I = \left[\frac{2\pi}{3}; 2\pi\right]$;

l) $l(x) = 1,5\cos x$, $I = \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} + 3\pi\right]$.

6157 Tekintsük az első síknegyedben azokat a zárt síkidomokat, melyeket az adott függvény görbéje és egy tengely vagy a tengelyek zárnak közre. Mekkora ezen síkidomok területe?

a) $a(x) = -x(x-2)$;

b) $b(x) = 4x - x^2$;

c) $c(x) = (1-x)(x-4)$;

d) $d(x) = -(2x^2 - 14x + 20)$;

e) $e(x) = -x^2 + 2x + 3$;

f) $f(x) = 2\sqrt{1-x}$;

g) $g(x) = -x(x-4)(x-6)$;

h) $h(x) = 4x - x^3$;

i) $i(x) = -x^3 + 6x^2 - 11x + 6$;

j) $j(x) = \frac{\pi}{2}\sin x - x$.

6158 Határozzuk meg a két függvény görbéje által közrefogott, korlátos és zárt síkidom területét.

a) $f(x) = x^2$, $g(x) = -x + 2$;

b) $f(x) = x^2 - 2x$, $g(x) = 0,5x^2 - x$;

c) $f(x) = -x^2 + 5$, $g(x) = x^2 - 2x + 1$;

d) $f(x) = x^3 - 4x$, $g(x) = -x$;

e) $f(x) = x^3 - x$, $g(x) = x^2 - 1$;

f) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$, $g(x) = x^2 - 2x$;

g) $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$ (a $[0; 2\pi]$ -on);

h) $f(x) = \frac{2}{x}$, $g(x) = -x^2 + 2x + 1$;

i) $f(x) = 2\sin x$, $g(x) = \frac{4\sqrt{2}}{3\pi}x$.

6159 Az $y = \frac{x^2}{4}$ függvény görbét el a $\vec{v}(2; 4)$ vektorral, majd számítsuk ki a két görbe közé eső területet a $[0; 4]$ intervallum felett!

6160 Határozzuk meg annak a konvex, x tengellyel érintkező, zárt síkidomnak a területét, melyet az $y = \frac{x^2}{2}$ parabola, az $y = -x + 4$ és az $y = \frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$ egyenesek határolnak!

6161 Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{x^3}$ függvény $[0; 3]$ intervallum feletti ívhosszát.

5162 A feladatokban szereplő függvények görbéit megforgatjuk az x tengely körül. Számítsuk ki a kapott testek térfogatát.

a) $f: I \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2 \cdot \sqrt[3]{x}, I = [0; 8];$

b) $g: I \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \sqrt{1-x^2}, I = D_f;$

c) $h: I \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \cos x - 1, I = \left[0; \frac{\pi}{2}\right];$

d) $i: I \rightarrow \mathbb{R}, i(x) = \frac{2}{x}, I = [0,5; 2].$

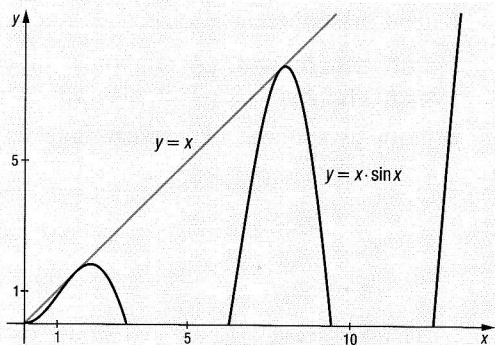
5163 A következő függvények görbéinek adott intervallumhoz tartozó részét megforgatjuk az x tengely körül. Határozzuk meg az így keletkezett nyitott test külső felszínét.

a) $f(x) = x, I = [2; 3];$

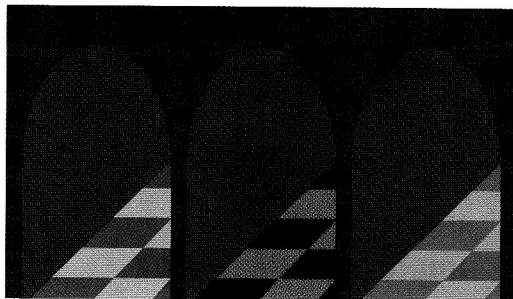
b) $g(x) = 2\sqrt{x}, I = [1; 4];$

c) $h(x) = x^3, I = [-1; 2].$

5164 Tekintsük az $f(x) = x \cdot \sin x$ függvénynek a koordináta-rendszer első síknegyedével alkotott metszetét! Hányadik „dombocska” területe lesz először nagyobb 1000-nél?



5165 Az ábrán egy régi épület boltíves folyosóinak bejáratát látjuk. Az építész kíváncsi a három boltív hosszára. A méretarányos maketten úgy látja, hogy a boltívek görbéit a $]0; 3\pi[$ -on tekintett $f(x) = \ln|\sin x| + 2$ függvény x tengely feletti része írja le. Segítsünk az építésznek, határozzuk meg a boltívek összhosszát! (A boltívet tartó egyenes oszlopok hosszától tekintsünk el.) Az integrációs intervallumot és a végeredményt két tizedesre pontosan adjuk meg!



5166 Adott a $[0; 3]$ -on értelmezett $f(x) = 3x^2 + 11$ függvény. Hova kell rajzolnunk azt a függőleges vonalat, amely a görbe alatti területet elfelezi?

5167 Forgassuk meg az $f(x) = x^3$ függvény görbéjének $[0; 2]$ intervallum feletti részét az y tengely körül. Határozzuk meg a kapott test térfogatát.

5168 Egy üvegpohár „tengelymetszete” az $f(x) = x^2$ függvény $[-2; 2]$ intervallum feletti része. Buli előtt a házigazda úgy gondolja, hogy különböző színű üvegfestékekkel festi be kívülről poharait: minden vendég választ magának egy színt, így nem keverik össze a poharakat. Mekkora felületet kell lefestenie egy-egy színnel? (A pohár szárától és talpától eltekintünk.) Egy egység három centimétert jelent, $e = 3$ cm.

