

1. Határozza meg a pontos értékét!

a) $\sqrt{7+4\sqrt{3}} - \sqrt{7-4\sqrt{3}} =$

b) $\sqrt{57-40\sqrt{2}} + \sqrt{57+40\sqrt{2}} =$

c) $\sqrt{12-2\sqrt{27}} + \sqrt{12+2\sqrt{27}} =$

d) $\sqrt{2005+2\sqrt{8004}} - \sqrt{2005-2\sqrt{8004}} =$

e) $\sqrt{17-4\sqrt{9+4\sqrt{5}}} =$

f) $2\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}} =$

g) $\sqrt{26+6\sqrt{13-4\sqrt{8+2\sqrt{6-2\sqrt{5}}}}} +$

$$\sqrt{26-6\sqrt{13+4\sqrt{8-2\sqrt{6+2\sqrt{5}}}}} =$$

h) $\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}} + \sqrt[3]{10-6\sqrt{3}} =$

i) $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}} =$

j) $\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} =$

k) $\sqrt[3]{45+29\sqrt{2}} + \sqrt[3]{45-29\sqrt{2}} =$

l) $\sqrt[3]{6+\sqrt{\frac{847}{27}}} - \sqrt[3]{6-\sqrt{\frac{847}{27}}} =$

m) $\sqrt[4]{28+16\sqrt{3}} - \sqrt[4]{28-16\sqrt{3}} =$

n) $(\frac{2}{\sqrt{2005}-1})(\frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2003}+\sqrt{2005}}) =$

2. Melyik nagyobb az alábbi a és b számok közül?

$$a = 499 \cdot (\frac{\sqrt{1997+1}}{\sqrt{1997-1}} - \frac{\sqrt{1997-1}}{\sqrt{1997+1}}) \quad b = \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{1996+\sqrt{1997}}}$$

3. Határozd meg az $f(x) = \frac{\sqrt{2x-x\sqrt{x-2}}}{\sqrt{\sqrt{x-2}+1}}$ függvény értelmezési tartományát!

4. Határozzuk meg a minden valós számra értelmezett $f(x) = \frac{1-2x}{\sqrt{x^2-6x+9}+\sqrt{x^2+4x+4}}$ függvény értékkészletét!

5. Adott az $f(x) = \frac{2x+1}{2} - \sqrt{x^2+x}$ függvény, ahol $x \geq 0$.

a) Monoton nő vagy csökken a függvény?

b) Melyik az a legkisebb pozitív egész n , amelyre $f(n) < \frac{1}{2008}$

6. Hány olyan x valós szám van, amelyre a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = \sqrt{x^2+100} - \sqrt{x^2+1}$ függvény értéke egész?

7. Ábrázolja az $[1, \infty)$ halmazon értelmezett következő függvényt:

$$f(x) = \sqrt[4]{1-2x+x^2} - \sqrt{x-\sqrt{4x-4}}$$

a) Jellemezze a függvényt a következő tulajdonságok szerint:

zérushelyek, értékkészlet,

korlátosság, szélsőértékek

növekedés-csökkenés, monotonitás.

8. Milyen értéket vesz fel $a = 2 + \sqrt{3}$ és $b = 2 - \sqrt{3}$ esetén az $A = \frac{a^3+b^3-2ab\sqrt{ab}}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(a+b+\sqrt{ab})} - \frac{a^3+b^3-2ab\sqrt{ab}-ab}{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}+\sqrt{ab}}$ kifejezés?

9. Mely pozitív n -re teljesül?

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}} = 9$$

10. Igazoljuk, hogy $\frac{1995}{1996} < \frac{1}{\sqrt{1996^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{1996^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{1996^2+1996}} < 1$

11. Határozzuk meg az

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{12}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{1998}+\sqrt{2000}}$$

kifejezés értékéhez legközelebb eső egész számot!

12. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $\frac{1}{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}} + \frac{1}{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}} = 3$

b) $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1$

c) $\sqrt{x+2+4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x-1+2\sqrt{x-2}} = 5$

d) $\sqrt{x-2-\sqrt{2x-5}} + \sqrt{x+2-3\sqrt{2x-5}} = \sqrt{2}$

e) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2 - y^2$

f) $\sqrt{x+9} + x + 8 = 0$

g) $x^3 + x + \sqrt[3]{x^3+x-2} = 12$

h) $x^2 + 3 - \sqrt{2x^2 - 3x + 2} = \frac{3}{2}(x+1)$

i) $\sqrt{3x^2 - 6x + 7} + \sqrt{11 - 4x + 2x^2} = 4 + 2x - x^2$

j) $\sqrt{2x^2 - 8x + 25} - \sqrt{x^2 - 4x + 13} = 2$

k) $(x-4)^2 + 4x - 27 = 2\sqrt{x^2 - 4x + 4}$

l) $\sqrt[3]{2x^2 - 9} + \sqrt[3]{100 - 2x^2} = 7$

m) $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{\frac{1}{5} - x} + \sqrt[3]{\frac{1}{10}} = 0$

n) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - \sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{x^2 - 6x + 9}$

- o) $\frac{\sqrt{x+6}+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+6}-\sqrt{x+1}} = 2x - 1$
- p) $\sqrt{x^2 - 6x + 5} + \sqrt{x^2 - 4x + 3} - \sqrt{x^2 - 8x + 7} = 0$
- q) $\sqrt{4x^2 + 9x + 5} - \sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{2x^2 + x - 1}$
- r) $\frac{1}{\sqrt{3x-2}} + \frac{1}{x+2} = \frac{4}{\sqrt{3x^2+4x-4}}$
- s) $x + \sqrt{x} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x^2+2x} = 3$
- t) $\sqrt[3]{(2-x)^2} + \sqrt[3]{(7+x)^2} = \sqrt[3]{(7+x)(2-x)} + 3$
- u) $\sqrt{4-x} = c + \sqrt{x-1}$
- v) $\sqrt[4]{16+x} + \sqrt[4]{16-x} = 4$
- w) $\sqrt{x^2 - 55x + 250} < x - 14$
- x) $\sqrt{x^2 + 3x + 2} < 1 + \sqrt{x^2 - x + 1}$
- y) $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+8} > 3$
- z) $\sqrt{2 - \sqrt{3+x}} < \sqrt{4+x}$
-) $\begin{cases} x\sqrt{y^2-4} + 2x^2 - x = 1 \\ x^2 - 4x - \sqrt{2y-y^2} = -3 \end{cases}$
-) $\begin{cases} x+y + \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \frac{240}{x-y} \\ x^2 + y^2 = 353 \end{cases}$

13. Oldjuk meg a valós számok körében a következő egyenletet:

$$\frac{1 + \sqrt{x+1}}{1 - \sqrt{x+1}} + \frac{1 - \sqrt{x+1}}{1 + \sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x-1}} = \sqrt{x-1} \left(\frac{1 + \sqrt{x+1}}{1 - \sqrt{x+1}} - \frac{1 - \sqrt{x+1}}{1 + \sqrt{x+1}} \right) + \sqrt{x-1}$$

14. A p paraméter mely értéke esetén van a $\sqrt{x - \sqrt{x-p}} = \sqrt{p + \sqrt{x-p}}$