

1.  $a(x) = 3^x$     $b(x) = (\frac{1}{2})^x$     $c(x) = 3^{x+2} - 1$     $d(x) = (\frac{1}{2})^{x-3} + 1$     $e(x) = 2 \cdot 3^{2+x} - 2$     $f(x) = 2 \cdot (\frac{1}{2})^{x+2} - 1$     $g(x) = 3^{2-x} - 3$     $h(x) = (\frac{1}{3})^{3-x} - 1$     $i(x) = 2^{2x+2} - 2$     $j(x) = 2^{2x+3} - 2$   
 $k(x) = -(\frac{1}{2})^{3-x} - 2$     $l(x) = (\frac{1}{2})^{\frac{9-x^2}{3-x}} - 2$     $m(x) = 3^{\frac{9-6x+x^2}{3-x}} - 3$     $n(x) = (\frac{1}{2})^{\frac{x^2-9}{3-x}} - 2$
2. a)  $3^x = 27$    b)  $2^x = 8$    c)  $3^{3x} = 27$    d)  $2^{3x} = 8$    e)  $3^{5x-3} = 81$    f)  $2^{5x-3} = 16$    g)  $3^{4x-5} = 729$   
 h)  $2^{4x-5} = 64$    i)  $3^{|x|} = 27$    j)  $(\frac{1}{3})^{3x-2} = 81$    k)  $3^{|3x-4|} = 9^{2x-2}$    l)  $2^{-4x} = \frac{1}{4}$    m)  $4^x = \frac{1}{4}$   
 n)  $10^x = 0,01$    o)  $10^x = 0,01 \cdot 10^{3x+3}$    p)  $4^x = 32$    q)  $(\frac{3}{2})^{-2x} = \frac{27}{8}$    r)  $(\frac{1}{0,125})^{2x} = 128$   
 sz)  $(0,125)^{3-4x} = \frac{1}{32}$    t)  $2^{-4x} = \frac{1}{4^{5x-1}}$    ty)  $(\frac{2}{5})^{3-2x} = \frac{125}{8}$    u)  $3^{2-3x} = 81^{4x+1}$    v)  $(\frac{1}{27})^{x-1} = \frac{1}{9^x}$   
 w)  $(\frac{1}{64})^{\sqrt{x+2}} = 0,5$    x)  $4^x = 8^{2x-1}$    y)  $4^{2x} = \sqrt[3]{128}$    z)  $(\frac{25}{9})^{x^2-12} = (\frac{3}{5})^{9-x}$    zs)  $\sqrt[3]{4^x} = \sqrt{2^{3x+1}}$
3. a)  $(\frac{1}{8})^{\frac{3x-7}{x-3}} = \frac{1}{2}$    b)  $(\frac{9}{4})^x = \frac{8}{27}$    c)  $3^{-4x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$    d)  $100 \cdot 2^x = 10^{3x+3} \cdot 5^{-x}$    e)  $3 \cdot 81^4 \cdot 27^{x+1} = 9^{x^2}$   
 f)  $4^{x^2} \cdot 8 \cdot 16^{-\frac{3x}{4}} = 64^{x-1}$    g)  $3^{3x} = 27^{27}$    h)  $5^{5x} = 5^{3x}$    i)  $(\frac{2}{3})^x \cdot (\frac{9}{8})^x = \frac{27}{64}$    j)  $\frac{1}{8} \cdot 2^{x^2} = 4^x$    k)  $3^{x^2} = 27 \cdot 9^x$   
 $9\sqrt{x} = 3^{x-3}$    l)  $3^{-\frac{x}{2}+1} = 9$    m)  $1000 \cdot (0,1)^{\frac{1}{x}} = 100^x$    n)  $0,11^{x^3-5} = 0,001331$    o)  $4^{\frac{1}{x}-2} = \frac{1}{4}$   
 p)  $3^x \cdot (\frac{1}{3})^{x-3} = (\frac{1}{27})^x$    q)  $7^{1-|x|=49}$    r)  $6^{|x|} = 36$    s)  $2^{x^2-6x-2,5} = 16\sqrt{2}$    sz)  $32^{\frac{x+5}{x-7}} = 0,25 \cdot 128^{\frac{x+17}{x-3}}$   
 t)  $0,1^{-(x^2-5x+8)} = 100$    ty)  $(\frac{2}{3})^{3x} \cdot (\frac{81}{16})^{4x-3} = \frac{4096}{531441}$    v)  $2 \cdot ((2\sqrt{x+3})^{\frac{1}{\sqrt{x}}})^{\frac{1}{\sqrt{x-1}}} = 4$    w)  $5^{(x^2+x-2)(3-x)} = 1$
4. a)  $(\frac{3}{4})^{x-4} = 1$    b)  $7^x = 0$    c)  $2^x = -2$    d)  $(\frac{1}{2})^x = 0$    e)  $(\frac{3}{2})^x = 1$    f)  $5^x = 3^x$    g)  $2^{x^2-7x+12} = 1$   
 h)  $5^{x^2-8x+12} = 1$    i)  $2^{x-2} = 5^{2-x}$    j)  $8^{5-x} = 7^{x-5}$    k)  $3^{x-4} = 2^{x-4}$    l)  $4^{2x-3} = 7^{x-1,5}$    m)  $7^{x-3} = 4^{2x-6}$   
 n)  $0,5^{\sqrt{x-3}} = 1$    o)  $(\frac{1}{5})^{x^2-x-2} = 1$    p)  $2^x - 3^x = 0$    q)  $2^x + 3^x = 0$    r)  $(\frac{3}{7})^{3x-7} = (\frac{7}{3})^{7x-3}$
5. a)  $10^{3x+2} = 5^{4x+1} \cdot 2^{2x+3}$    b)  $12^{9-x} = 3^{x-1} \cdot 2^{3x-7}$    c)  $21^{2x+4} = 3^{x+8} \cdot 7^{3x}$    d)  $0,5^{2x-2} \cdot 2^{x^2} = 32$   
 e)  $7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$    f)  $3^{x+1} + 3^{x-1} + 3^{x-2} = 5^{x-1} + 5^x + 5^{x-2}$    g)  $0,5^{2x-2} \cdot 2^{x^2} = 32$   
 h)  $\sqrt{2^{x-1}} = \sqrt[7]{0,5^{6-4x}}$    i)  $8 \cdot 0,5^{12-x} = 2^{x-6}$    j)  $4^{x-4} \cdot 2\sqrt{x+1} = 1$    k)  $0,04^{3x-2} = 5^{2-x}$    l)  $\frac{1}{16^{x+2}} \cdot 2^{x^2} = 32$   
 m)  $4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$    n)  $9^x - 2^{x+\frac{1}{2}} = 2^{x+\frac{7}{2}} - 3^{2x-1}$    o)  $9^x - 4^{x-\frac{1}{2}} = 4^{x+1} - 3^{2x-1}$
6. a)  $2^{x+3} - 2^x = 112$    b)  $10^{x-1} + 10^x = 0,11$    c)  $2^{x+2} + 2^{x-2} = 34$    d)  $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 896$   
 e)  $5^{x+2} - 3 \cdot 5^{x+1} + 5^x = 55$    f)  $7^{x+1} - 6 \cdot 7^x - 5 \cdot 7^{x-1} = 14$    g)  $2 \cdot 3^{x+3} - 5 \cdot 3^{x-2} = 1443$    h)  $3^{x-2} + 4 \cdot 3^{x-1} + 5 \cdot 3^x - 2 \cdot 3^{x+1} = 4$   
 i)  $7^{x+2} - \frac{1}{7} \cdot 7^{x+1} - 14 \cdot 7^{x-1} + 2 \cdot 7^x = 48$    j)  $10^x - 5^{x-1} \cdot 2^{x-2} = 950$   
 k)  $6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$    l)  $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 7^x + 7^{x+1} + 7^{x+2}$    m)  $2\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+1} = 12 + 2\sqrt{x-1}$   
 n)  $5^{4x-3} - 4 \cdot 5^{4x-1} + 8 \cdot 5^{4x+1} = 24505$    o)  $25 \cdot 5^{x+1} + 4 \cdot 5^x + 5^{x-1} = 646$    p)  $3 \cdot 4^x + \frac{1}{3} \cdot 9^{x+2} = 6 \cdot 4^{x+1} - \frac{1}{2} \cdot 9^{x+1}$   
 q)  $7 \cdot 2^{x+2} - 3 \cdot 2^{x+3} = 3^{x+2} - 3^{x+1}$    r)  $\sqrt{2^{x+14}} - \sqrt{2^{x+12}} = 64$    s)  $\sqrt{3^{x-54}} - 7 \cdot \sqrt{3^{x-58}} = 162$
7. a)  $7^{2x} - 6 \cdot 7^x + 5 = 0$    b)  $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$    c)  $4^x + 2^{x+1} = 8$    d)  $3^{x+2} + 9^{x+1} = 810$    e)  $3^{2x+1} - 3^{x+2} = 162$   
 f)  $2^{4x-1} - 15 \cdot 2^{2x-3} = 98$    g)  $2^{4x-1} - 9 \cdot 2^{2x-3} = 98 - 3 \cdot 2^{2x-2}$    h)  $2^{2+x} - 2^{2-x} = 15$   
 i)  $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$    j)  $3^{2x+2} - 12 \cdot 3^{x+1} + 27 = 0$    k)  $5^x + \frac{125}{5^x} = 30$    l)  $4 \cdot 5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+1} - 25 = 0$   
 m)  $5^x + 0,2^x = 4,8$    n)  $6 \cdot 2^{2x} - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 3^{2x} = 0$    o)  $4\sqrt{x} - 3 \cdot 2\sqrt{x} + 2 = 0$    p)  $9^{x-1} + 3^{x+2} = 90$   
 q)  $3^{4\sqrt{x}} - 4 \cdot 3^{2\sqrt{x}} + 3 = 0$    r)  $(3^{x+1} + 2 \cdot 3^x) \cdot (3^{x+1} - 2 \cdot 3^x) - 12 \cdot 3^{x+2} = 729$    s)  $2^x - 3 \cdot 2^{\frac{x-3}{2}} = 26$   
 sz)  $9^{x+\frac{1}{2}} + 26 \cdot 3^{x-1} = 1$    t)  $3^{4-x} + 3^{x-1} = 12$    ty)  $4^{x-2} - 4^{2-x} = \frac{63}{8}$    u)  $2^{x+1} + 2^{-x} = 3$   
 v)  $\frac{8^x + 27^x}{12^x + 18^x} = \frac{7}{6}$    w)  $9^{x+\sqrt{x^2+2}} - 4 \cdot 3^{x-1+\sqrt{x^2+2}} = 69$    x)  $4 \cdot 3^x - 9 \cdot 2^x = 5 \cdot 6^{\frac{x}{2}}$    y)  $33 \cdot 2^{x-1} - 4^{x+1} = 2$   
 z)  $3^{\frac{3}{2}x^2} = 3 \cdot 3^{\frac{3}{2}x+1}$    zs)  $4^{x+1.5} + 4 \cdot 9^{x-1} = 6^{x+1}$
8. a)  $(\frac{4}{9})^x \cdot (\frac{27}{8})^x = \frac{2}{3}$    b)  $(\frac{1}{2})^{\frac{2x-3}{2x-1}} = (\frac{1}{4})^{\frac{x+9}{2x+2}}$    c)  $\frac{16^x + 4^{x+1}}{3 \cdot 16^x - 4^{x-1}} = \frac{18}{5}$    d)  $3^{2+4\sqrt{x}} - 4 \cdot 3^{2+2\sqrt{x}} + 27 = 0$   
 e)  $\frac{9^x}{4^x} + \frac{4^x}{9^x} = \frac{13}{6}$    f)  $\frac{3 \cdot 2^x - 1}{2 \cdot 2^x - 1} + \frac{2 \cdot 2^x - 1}{3 \cdot 2^x - 1} = \frac{5}{2}$    g)  $(x^2 - x + 1)^{x-2} = 1$    h)  $5^{3x} + 9 \cdot 5^x + 27 \cdot 5^{-3x} = 64 - 27 \cdot 5^{-x}$   
 i)  $x^{\log_2 x} < 32$

9. a)  $3^x \geq 81$    b)  $2^x \leq 8$    c)  $0,1^x < 100$    d)  $(\frac{1}{3})^x \leq \frac{1}{9}$    e)  $(\frac{2}{3})^x \leq 1$    f)  $0,5^{\frac{x}{2}} < 0,0625$    g)  $(\frac{1}{3})^x \leq \frac{1}{27}$    h)  $2^{\frac{x-1}{x+1}} > 1$    i)  $3^{1-x} \geq 81$    j)  $(\frac{1}{3})^{\frac{x+3}{x-3}} < 1$    k)  $5^{2x-1} < 25$    l)  $6^{x^2-7x+12} > 1$    m)  $(\frac{3}{2})^{x-1} < (\frac{4}{9})^x$    n)  $3^{-x^2+5x-8} < \frac{1}{9}$    o)  $2^{(x-1)(x+2)} < 1$    p)  $2^{x^2-8x+18} > 8$    q)  $2^x + 2^{1-x} < 3$    r)  $(x+3)^{x^2-5x+6} > 1$    s)  $(x-2)^{x^2-6x+8} > 1$    sz)  $2^{\sqrt{x^2-3x+3}} > 2^{\sqrt{x}}$    t)  $0,5^{2-\frac{x-3}{x-2}} > 0,5^{\frac{x-2}{x-1}}$

10. a)  $2^x = 5$    b)  $3^{x-1} \cdot 3^{x+2} = 2^{x+1} \cdot 2^{x+4}$    c)  $3^{x^2-1} \cdot 5^{x-3} = 5,4$    d)  $5^{x^2-5x+5} \cdot 7^{x-1} = 9,8$    e)  $7^{x+1} - 6 \cdot 7^x + 5 \cdot 7^{x-1} = 14$    f)  $5^x + 5^{x-1} + 5^{x-2} = 2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2}$    g)  $5^{2x+1} + 7^{x+1} = 35 + 175^x$    h)  $10^x - 10^{-x} = \frac{8}{3}$    j)  $3^x > 4$    k)  $5^x - 5^{3-x} \leq 20$    l)  $3^{2x} < 7 \cdot 3^x + 9 \cdot \log_3 9$

11. a)  $a(x) = \log_2 x$    b)  $b(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$    c)  $c(x) = -2 \cdot \log_3 x$    d)  $d(x) = \log_5 x + 3$    e)  $e(x) = \log_5(x+3)$    f)  $f(x) = -\log_2 2x$    g)  $g(x) = \log_3(x-3) - 1$    h)  $h(x) = 2 \cdot \log_{\frac{1}{3}}(x+5) + 1$    i)  $i(x) = \frac{1}{2} \cdot \log_3(5-x) - 1$    j)  $j(x) = \log_{\frac{1}{2}}(-4-x) + 1$    k)  $k(x) = -2 \cdot \log_2(3-x) + 1$    l)  $l(x) = -\log_5 \frac{x-1}{1-x}$    m)  $m(x) = -\log_5 \frac{x^2-1}{1-x}$

12. Határozd meg a következő függvények értelmezési tartományát!

$$\begin{aligned} a(x) &= \log_2 \frac{x-1}{x+5} & b(x) &= \log_{\frac{1}{2}}(x-1) \cdot (x+5) & c(x) &= \log_{\frac{1}{3}} \frac{1-x}{x+3} & d(x) &= \log_3(1-x)(x+3) \\ e(x) &= \log_{\pi} x^2 - 5x + 6 & f(x) &= \log_{\pi}(x^2 - 5x + 6) & g(x) &= \log_{\frac{1}{2}}(-x^2 + 2x - 2) & h(x) &= \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 2x + 3) \\ i(x) &= \log_{x-3}(x^2 + 2x + 3) & j(x) &= \log_{\frac{1}{2}}(x^3 - 27) & k(x) &= \log_{\frac{1}{2}}(x^4 - 81) \\ l(x) &= \log_{\frac{1}{2}}(x^3 + 27) & m(x) &= \log_{\frac{1}{2}}(x^4 + 81) & n(x) &= \log_{\frac{1}{2}}|x-5| - 3 & o(x) &= \log_{\frac{1}{2}}|x-5| + 3 \\ p(x) &= \log_{x-4} - |x-5| + 6 & q(x) &= \lg \sqrt[2009]{x-1} - 1 & r(x) &= \log_{x-2009} \sqrt[2009]{x-1} + 1 & s(x) &= \log_{x-2009} \sqrt[2010]{x-1} - 1 \\ sz(x) &= \log_{x-2009} \sqrt[2010]{x-1} + 1 & t(x) &= \log_x \frac{-x^2 + 2x + 3}{x^2 - 5x} & ty(x) &= \log_{x-3} \frac{x^2 - 4x + 4}{x + 3} & u(x) &= \ln \sin x & v(x) &= \ln \operatorname{tg} x + 1 & w(x) &= \ln \cos x + 1 \end{aligned}$$

13. a)  $\log_2 x = 4$    b)  $\log_3 x = 2$    c)  $\log_5 x = -2$    d)  $\log_5 x = 23$    e)  $\lg x = -1$    f)  $\log_{0,1} x = -1$    g)  $\log_{100} x = -\frac{2}{3}$    h)  $\log_{0,3} x = 3$    i)  $\log_{0,25} x = \frac{1}{4}$    j)  $\lg x = 0,4343$    k)  $\ln x = 0$    l)  $\ln x = \frac{1}{2}$    m)  $\ln x = -\frac{1}{2}$    n)  $\ln x = -\frac{2}{3}$    o)  $\log_{10000} x = -\frac{1}{4}$

14. a)  $x = \log_2 2$    b)  $x = \log_3 81$    c)  $x = \lg 10^6$    d)  $x = \log_5 1$    e)  $x = \log_2 \sqrt{2}$    f)  $x = \log_{\sqrt{2}} 2$    g)  $x = \log_2 8$    h)  $x = \log_4 8$    i)  $x = \log_{16} 8$    j)  $x = \log_7(\frac{1}{7})$    k)  $x = \log_{49}(\frac{1}{\sqrt{7}})$    l)  $x = \log_{343}(\frac{1}{\sqrt[3]{49}})$    m)  $x = \ln(\frac{1}{\sqrt[4]{e^3}})$    n)  $x = \ln 0$    o)  $x = \lg(-10)$

15. a)  $\log_x 9 = 2$    b)  $\log_x \sqrt{5} = \frac{1}{2}$    c)  $\log_x \frac{1}{3} = -1$    d)  $\log_x 27 = -3$    e)  $\log_x \frac{1}{8} = \frac{3}{2}$    f)  $\log_x 8 = -\frac{1}{2}$    g)  $\log_x 0,125 = -2$    h)  $\log_x 36 = \frac{3}{2}$    i)  $\log_x \frac{1}{64} = -3$    j)  $\log_x(x+6) = 2$

16. a)  $2^{\log_2 8}$    b)  $2^{\log_2 5}$    c)  $2^{\log_2 \pi}$    d)  $2^{\log_2(-\pi)}$    e)  $25^{\log_5 8}$    f)  $\sqrt{2}^{\log_2 9}$    g)  $\sqrt{2}^{\log_2 5}$    h)  $2^{\log_{\sqrt{2}} 5}$    i)  $25^{\log_5 10-1}$    j)  $2^{\log_2 6-2}$    k)  $5^{\log_{25} 7+1}$    l)  $7^{\log_{\sqrt{7}} 5+\log_{49} 9}$    m)  $3^{2-\log_{\sqrt{3}} 5}$    n)  $13^{\log_{\sqrt{13}} 3+\log_{13} 2}$    o)  $0,001^{\lg 3-1} + 0,01^{\lg 0,3+0,5}$

17. a)  $\log_3(x-12) = 2$    b)  $\log_5(x+10) = 3$    c)  $\log_{0,5}(5x-1) = -2$    d)  $\log_{36}(x^2-10) = \frac{1}{2}$    e)  $\log_3|x| = 2$    f)  $|\log_3 x| = 1$    g)  $|\log_3|x|| = 1$    h)  $\log_2|x-2| = 0$    i)  $\lg|x-1| = 1$    j)  $\log_3(x-4)(x-2) = 1$    k)  $\log_8(x^2-2x-34) = 0$    l)  $\log_{0,5}(x^2-5x+8) = -1$    m)  $\log_2(x^2-5x+8) = 1$    n)  $\log_x(6x+5x^2) = 3$    o)  $\log_{x-1}(2x^2-9x-13) = 2$    p)  $\log_{2-x}(2x^2+7) = 2$    q)  $\log_{x-1}(2x^3+2x^2-3x+1) = 3$

18. a)  $\lg(x-6) - \frac{\lg(2x-15)}{2} = 1 - \lg 5$    b)  $\frac{\lg(3x-5)}{\lg(x-1)} = 1$    c)  $\frac{\lg(6-2x)}{2} = \lg(x+1)$    d)  $2 \cdot \lg(x-4) - \lg 4 = \lg(2x-11)$    e)  $2 \cdot [\lg(x-2) + \lg 5] = 2 + \lg(x+46)$    f)  $\frac{\lg(3x-5)}{\lg(2x-3)} = 1$    g)  $\frac{\lg(3x-5)}{\lg(2x-3)} = 2$    h)  $\frac{\lg(x^2-20)}{\lg(x+10)} = 1$    i)  $\frac{\log_x(35-x^3)}{\log_x(5-x)} = 3$    j)  $2 - \lg x = \lg 2 + \lg 4 + \lg 25$    k)  $2 \cdot \lg 5 + \lg x = 1 - \lg 2$    l)  $\lg(x-9) + \lg(2x-1) = 2$    m)  $\lg(x-4) + \lg(x+3) = \lg(5x+4)$    n)  $\ln(x^3+1) - \frac{1}{2} \cdot \ln(x^2+2x+1) = \ln 3$    o)  $\lg(x-3) + \lg(x-2) = 1 - \lg 5$    p)  $2 \cdot \log_3(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$    q)  $\frac{\lg(2x+5) - \lg x}{2 + \lg 100} = \frac{1}{4}$    r)  $2 \cdot \log_2(\frac{x-7}{x-1}) + \log_2(\frac{x-1}{x+1}) = 1$    s)  $\frac{\lg x}{\lg x - \lg 2} = 3$    sz)  $\frac{\lg 2x}{\lg |4x-15|} = 2$    t)  $\lg \sqrt{x^2-4x} - \lg \sqrt{4-x} = 0$    ty)  $\lg \sqrt{x-1} + \frac{1}{2} \cdot \lg(2x+3) = \lg 15$

19. a)  $\log_2 \log_3 \log_4 x = 1$    b)  $\log_3 \log_8 \log_5 x = -1$    c)  $\log_4 \log_3 \log_2 x = 0$    d)  $\log_2 \log_4 \log_3 x = -1$   
e)  $\log_2 \log_3 \log_4 x = 0$    f)  $\log_5 \log_{0,5} \log_{0,25} x = 1$    g)  $\log_2 [1 + \log_5(3 + \log_3 x)] = 1$    h)  $\log_3 [2 + \log_6(9 - \log_2 x)] = 1$   
i)  $\log_{\frac{1}{3}} [\log_5 x + \log_5(x-20)] = -1$    j)  $\log_3 \log_4 \log_3^2(x-3) = 0$    k)  $\lg \lg \lg p = 0$   
 $p \in \mathbb{R}^+$    l)  $\log_a \log_b \log_c x = p$    a, b, c  $\in \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$

20. a)  $\log_6 \sqrt{x} + \log_{\frac{1}{6}} x = \log_{36} x - 3$    b)  $\log_2 x^2 - 3 \cdot \log_4 x = 4 - \log_8 \sqrt{x}$    c)  $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[4]{x} - \log_{\frac{1}{4}} \sqrt{x^3} = 1 + \log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}$   
d)  $\log_2 x + \log_8 x = 8$    e)  $\log_2 x + \log_4 x = 1$    f)  $\log_2(x-1)^2 + \log_{\frac{1}{2}}(x-1) = 9$   
g)  $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = 7$    h)  $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$    i)  $\log_{\sqrt[4]{x}} x + \log_3 x - \log_{\frac{1}{3}} x = 8$

21. a)  $\log_9 x = 0,5 \cdot \log_x 3$    b)  $2 \cdot \log_x 25 - 3 \cdot \log_{25} x = 1$    c)  $\log_x 4 + \log_4 x = 2$    d)  $\log_x 4 + \log_4 x = \frac{5}{2}$   
e)  $\log_9 x + \log_{x^2} 3 = 1$    f)  $\log_3 x - 6 \cdot \log_x 3 = 5$    g)  $\log_{3x}(\frac{3}{x}) + \log_3^2 x = 1$    h)  $2 \cdot \log_x 3 + \log_{3x} 3 + 3 \cdot \log_{9x} 3 = 0$   
i)  $\log_{x^2} 16 + \log_{2x} 64 = 3$    j)  $\log_4^2(x-1)^4 - \log_{\frac{1}{2}}(x-1) = 5$    k)  $\log_x 2 - \log_4 x + \frac{7}{6} = 0$   
l)  $4^{\log_{3x} 6} - 2^{\log_{3x} 6} - 2 = 0$    m)  $3^{1+\log_{\sqrt{2}} x} - 9^{\log_{\sqrt{2}} x} = 108$    n)  $7^{\log_x 9} - 7^{\log_x 3} - 42 = 0$

22. Hány egynél nagyobb gyöke van a  $\log_{2x}(\frac{2}{x}) \log_2^2 x + \log_2^4 x = 1$  egyenletnek? Ha léteznek ilyen gyökök, akkor határozzuk meg az értéküket!

23. a)  $2^{3+\log_2 24} = 3 \cdot 2^{\frac{1}{x}}$    b)  $5^{1+\log_5 \cos x} = 2,5$    c)  $3^{\lg \operatorname{tg} x} + 3^{\lg \operatorname{ctg} x} = 2$    d)  $x^{\lg x} = 1$    e)  $x^{\lg x} = 100x$   
f)  $x^x = x$    g)  $x^{1-\lg x} = 0,01$    h)  $x^{\lg \sqrt{x}} = 100$    i)  $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$    j)  $\sqrt[3]{x^x} = x^{\sqrt[3]{x}}$    k)  $x^{\log_2 x} = \sqrt[4]{512}$   
l)  $(\frac{1}{2})^x = \log_2(x + \frac{1}{x})$

24. Oldjuk meg grafikusan: a)  $3^x = x + 4$    b)  $\log_2 x = x - 2$    c)  $2^x = 4 - x^2$

25. a)  $\log_2(x+3) > \log_2 4$    b)  $\log_{\frac{1}{3}} 5x \leq \log_{\frac{1}{3}} 25$    c)  $\log_4(2x-4) > 0$    d)  $\log_4(2x-4) < 0$    e)  $\log_{\frac{1}{2}}(5x-12) < 0$   
f)  $\log_{\frac{1}{2}}(5x-12) > 0$    g)  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3-x}{3x-1} < 0$    g)  $\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-1}{x+2} < 1$    h)  $\log_{0,3}(x+1) < 1$   
i)  $\log_8 \frac{x^2-2x}{x-3} > 1$    j)  $\log_{\frac{1}{2}} x > 36$    k)  $\log_{x^2-3} 729 > 3$    l)  $\log_\pi(x+27) - \log_\pi(16-2x) < \log_\pi x$   
m)  $\lg(x+8) \geq \lg(x^2-3x-4)$    n)  $\log_2(3-x) - \log_2(x-1) < \log_{\sqrt{2}} 3$    o)  $\frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{\log_2 x-1} < 1$   
p)  $\log_x \sqrt{20-x} > 1$    q)  $\log_{\frac{1}{3}}(\log_4(x^2-5)) > 0$    r)  $\log_2(\log_{\frac{1}{2}}(2^x-4^x)) \leq 1$   
s)  $1+\log_2(x+1) > -\log_{0,5}(4-x^2)$    sz)  $\log_{\frac{1}{2}} x > -\log_3 x > 1$    t)  $(2x^2-11x-13) \log_{0,5}(7-x) > 0$   
ty)  $|\log_2 x| < 1$    u)  $|\log_{\frac{1}{2}} x| > 2$    ü)  $\log_{x^2-3}(4x+2) \geq 1$    v)  $\log_{|x|}(x-1) < 2$    w)  $\log_{\frac{2}{3}|x-2|} 2^{1-x^2} \geq 0$   
x)  $\log_{9-x^2} \cos x \log_{\frac{1}{2}}(9-x^2) > 1$    y)  $\log_{\cos x} \log_{\sin x} \operatorname{tg} x > 0$

26. a)  $\begin{cases} 9^{x+y} = 729 \\ 3^{x-y-1} = 1 \end{cases}$    j)  $\begin{cases} 7^{x+1} - 6^{y+3} = 1 \\ 6^{y+2} - 7^x = 5 \cdot (6^y + 1) \end{cases}$    r)  $\begin{cases} \lg(x+y) - \lg(x-y) = 2 \lg 2 + \lg 3 \\ \lg(x^2 + y^2 + 10) = 2 + \lg 3 \end{cases}$   
b)  $\begin{cases} 4^{x-y} = 16 \\ 2^{xy} = 256 \end{cases}$    k)  $\begin{cases} 64^{2x} + 64^{2y} = 12 \\ 64^{x+y} = 4\sqrt{2} \end{cases}$    s)  $\begin{cases} \log_2 xy = 5 \\ \log_{0,5} \frac{x}{y} = 1 \end{cases}$   
c)  $\begin{cases} 2^x - 2^y = 768 \\ 2^{x-1} + 2^{y-1} = 640 \end{cases}$    l)  $\begin{cases} 9 \cdot 5^x + 7 \cdot 2^{x+y} = 457 \\ 6 \cdot 5^x - 14 \cdot 2^{x+y} = -890 \end{cases}$    t)  $\begin{cases} \lg(x^2 + y^2) = 2 - \lg 5 \\ \lg(x+y) + \lg(x-y) = 2 \lg 1,2 + 1 \end{cases}$   
d)  $\begin{cases} 2^{\frac{x-y}{2}} - 2^{\frac{x-y}{4}} = 2 \\ 2y - x = 1 \end{cases}$    m)  $\begin{cases} 9^{x^2} \leq 3^{-x} \\ x^2 + \frac{x}{2} \geq 0 \end{cases}$    u)  $\begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0 \\ x^2 - 5y^2 + 4 = 0 \end{cases}$   
e)  $\begin{cases} y^{x^2+7x+12} = 1 \\ x+y = 6 \end{cases}$    n)  $\begin{cases} \lg x - \lg y = 3 \\ \lg x + \lg y = 5 \end{cases}$    v)  $\begin{cases} xy = 27 \\ x^{\log_3 y} = 9 \end{cases}$   
f)  $\begin{cases} 7^x - 12y = 0 \\ 3^x - 7y = 0 \end{cases}$    o)  $\begin{cases} \lg x - \lg y = 2 \\ x - 10y = 900 \end{cases}$    w)  $\begin{cases} \lg^2 x + \lg^2 y = 7 \\ \lg x - \lg y = 2 \end{cases}$   
g)  $\begin{cases} 3 \cdot 3^x - 2^y = 5 \\ 5 \cdot 3^x + 2 \cdot 2^y = 23 \end{cases}$    p)  $\begin{cases} \log_3(2x+y) + \log_3(2x-y) = \log_y x + \log_x y = 2 \\ \log_2(2x+y) + \log_2(2x-y) = 1 \end{cases}$   
h)  $\begin{cases} 2^x + 5 \cdot 7^y = 7 \\ 2^x - 3 \cdot 7^y = -1 \end{cases}$    q)  $\begin{cases} \log_2 \log_3(x+y) = 1 \\ \lg x + \lg y = 3 \lg 2 \end{cases}$    y)  $\begin{cases} \log_{xy}(x^2 - y^2) = 0 \\ \log_{xy}(x^2 + y^2) = 0 \end{cases}$   
i)  $\begin{cases} 3^x \cdot 5^x = 75 \\ 3^y \cdot 5^x = 45 \end{cases}$