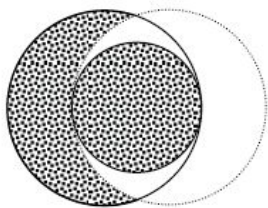


1. **2005**
Az ABC háromszög oldalai $AB = 42$, $BC = 40$ és $CA = 26$. Írjunk téglalapot a háromszögbe úgy, hogy a téglalap egyik oldala illeszkedjen a háromszög AB oldalára, másik két csúcsa pedig a háromszög CA, illetve BC oldalára essen. Tekintsük az így beírható téglalapok közül a legnagyobb területűt! Mekkora ennek a téglalapnak az oldalai? (16p)
2. **2005 október**
a) A KLMN derékszögű trapéz alapjai $KL = 2\sqrt{12}$ és $MN = 3\sqrt{75}$ egység hosszúak, a derékszögű szár hossza $10\sqrt{2}$ egység. A trapézt megforgatjuk az alapokra merőleges LM szár egyenese körül. Számítsa ki a keletkezett forgástest térfogatát! (π két tizedesjegyre kerekített értékével számoljon, és az eredményt is így adja meg!)(4p)
b) Az ABCD derékszögű érintőtrapéz AB és CD alapjai ($AB > CD$) hosszának összege 20. A beírt körnek az alapokra nem merőleges AD szárral vett érintési pontja negyedeli az AD szarat. Számítsa ki a trapéz oldalainak hosszát!(12p)
3. **2006 február**
Az ABCD trapéz párhuzamos oldalai AB és CD, és $AB > CD$. A trapéz átlóinak metszéspontja K. Az ABK háromszög AB oldalához tartozó magassága kétszerese a CDK háromszög CD oldalához tartozó magasságának. Jelölje T az ADK háromszög területét. Hányszorosa az ABCD trapéz területe T-nek? (16p)
4. **2006 május**
A PQRS négyszög csúcsai: $P(3; -1)$, $Q(1; 3)$, $R(-6; 2)$ és $S(-5; -5)$. Döntse el, hogy az alábbi három állítás közül melyik igaz és melyik hamis! Válaszait indokolja, támassza alá számításokkal!
a) A állítás: A PQRS négyszögnek nincs derékszöge.(4p)
b) B állítás: A PQRS négyszög húrnégyszög.(4p)
c) C állítás: A PQRS négyszögnek nincs szimmetriacentruma.(5p)
5. **2006 május**
Az ABCDÁBĈD téglatestben úgy jelöltük a csúcsokat, hogy az ABCD alaplappal egybevágó lapon az Á csúcsot az A-val, a B csúcsot a B-vel, a Ĉ csúcsot a C-vel, a D csúcsot a D-vel kösse össze él. Tudjuk, hogy a DAD szög 45° -os, a BAB szög 60° -os.
a) Mekkora a BĈD szög koszinusza?(6p)
b) Mekkora az ABĈD tetraéder térfogata, ha a téglatest legrövidebb éle 10?(4p)
c) Mekkora az AĈD és az ABĈ síkok hajlásszöge? (6p)
6. **2006 október**
Egy húrnégyszög három szögéről tudjuk, hogy mértékük aránya $7 : 6 : 8$.
a) Mekkora a húrnégyszög szögei?(13p)
Matematika órán, miután minden diák megoldotta a feladatot, három tanuló a következőket állította:
Zsófi: A húrnégyszög minden szöge egész szám.
Peti: A húrnégyszögnek van derékszöge.
Kata: A húrnégyszög egyik szöge 110° -nál is nagyobb.
b) A három tanuló állítása közül melyik igaz a feltételnek megfelelő húrnégyszögre?(3p)
7. **2007 május**
Az ABC derékszögű háromszög BC befogójának hossza 18 cm, a CA befogójának hossza 6 cm.
a) Mekkora a háromszög hegyesszögei?(3p)
A BC befogó egy P belső pontját összekötjük az A csúccsal. Tudjuk még, hogy $PB = PA$.
b) Milyen hosszú a PB szakasz?(6p)
Állítsunk merőleges egyenest az ABC háromszög síkjára a C pontban! A merőleges egyenes D pontjára teljesül, hogy CD hossza 15 cm.
c) Mekkora az ABCD tetraéder térfogata?(4p)
8. **2007 október**
Egy családnak olyan téglalap alakú telke van, melynek két szomszédos oldala 68 m, illetve 30 m hosszú. A telek egyik sarkánál úgy rögzítettek egy kerti locsoló berendezést, hogy a telek rövidebb oldalától 4 m-re, a vele szomszédos oldaltól 3 m-re legyen. A locsoló berendezés körbe forgó locsolófeje azt a részt öntözi, amely a rögzítés helyétől legalább 0,5 m-re, de legfeljebb 4 m-re van. A telek mekkora területű részét öntözi a locsoló berendezés, és ez hány százaléka a telek területének?(11p)
9. **2007 október**
Az ABC háromszög körülírt körének sugara 26 cm, $\angle BAC = 60^\circ$.
a) Számítsa ki a BC oldal hosszát!(4p)
b) Hány fokos a háromszög másik két szöge, ha az AC oldal b cm, az AB oldal pedig 3b cm hosszúságú?(12p)
A keresett értékeket egy tizedes jegyre kerekítve adja meg!
10. **2008 május**
Egy háromszög két oldalegyenese: az x tengely, valamint az $y = \frac{4}{3}x$ egyenletű egyenes. Ismerjük a háromszög beírt körének egyenletét is: $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$. Írja fel a háromszög harmadik oldalegyenesének egyenletét, ha a háromszög egyenlő szárú, és a) az alapja az x tengelyre illeszkedik;(7p)
b) az adott oldalegyenesek a háromszög száregyenesei!(9p)

11. **2008 május**

Klári teasüteményt süttött. A meggyúrt tésztát olyan téglatest alakúra nyújtotta ki, amelynek a felülről látható lapja $30\text{cm} \times 60\text{cm}$ méretű téglalap. Majd egy henger alakú szaggatóval (határoló körének sugara 3 cm) körlapokat vágott ki a tésztából. Ezután a körlapokból először holdacsakákat vágott le úgy, hogy a szaggató határoló körének középpontját a már kivágott körlap középpontjától 2 cm távolságra helyezte el, és így vágott bele a körlapba. (Minden bevágásnál csakis egy körlapot vágott ketté.) Miután minden körlapból levágott egy holdacsakát, a körlapokból visszamaradt részek mindegyikéből, egy másik szaggatóval, kivágott egy-egy lehető legnagyobb körlap alakú süteményt.



- a) Hány cm^2 területű egy holdacska felülről látható felülete? (Az eredményt egy tizedes jegyre kerekítve adja meg!)(11p)
 Klári a holdacsakák és a kis körlapok elkészítése után visszamaradt tésztát ismét összegyúrta, majd ugyanolyan vastagságúra nyújtotta ki, mint az első esetben, de most négyzet alakú lett a kinyújtott tészta.
 b) Hány cm hosszú ennek a négyzetnek az oldala, ha Klári a $30\text{cm} \times 60\text{cm}$ -es téglalapról eredetileg 50 darab 3 cm sugarú körlapot szaggatott ki? (Az eredményt egészre kerekítve adja meg!)(5p)

12. **2008 október**

Az ABC háromszögben $AB = 2$, $AC = 1$, a BC oldal hossza pedig megegyezik az A csúsból induló súlyvonal hosszával.

- a) Mekkora a BC oldal hossza? A hossz pontos értékét adja meg!(9p)
 b) Mekkora a háromszög területe? A terület pontos értékét adja meg!(5p)

13. **2008 október**

Az ABCDE szabályos négyoldalú gúla alaplapja az ABCD négyzet. A gúla alapéle 28 egység hosszú. Legyen F a CE oldalélnak, G pedig a DE oldalélnak a felezőpontja. Az ABFG négyszög területe 504 területegység. Milyen hosszú a gúla oldaléle?(16p)

14. **2009 május**

Egy négyzet alapú egyenes hasáb alapéle 18 egység, testátlója $36 \cdot \sqrt{2}$ egység.

- a) Mekkora szöget zár be a testátló az alaplap síkjával?(3p)
 b) Hány területegység a hasáb felszíne? (A felszín mérőszámát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!)(4p)
 c) Az alapél és a testátló hosszát, ebben a sorrendben, tekintsük egy mértani sorozat első és negyedik tagjának! Igazolja, hogy az alaplap átlójának hossza ennek a sorozatnak második tagja!(4p)

15. **2009 május**

- a) Egy derékszögű háromszög egyik oldalegyenese valamelyik koordinátatengely, egy másik oldalegyenesének egyenlete $2x + y = 10$, egyik csúcsa az origó. Hány ilyen tulajdonságú háromszög van? Adja meg a hiányzó csúcsok koordinátáit!(6p)
 b) Jelölje e azokat az egyeneseket, amelyeknek egyenlete $2x + y = b$, ahol b valós paraméter. Mekkora lehet b értéke, ha tudjuk, hogy van közös pontja az így megadott e egyenesnek és az origó középpontú, 4 egység sugarú körnek?(8p)

16. **2009 május**

A K középpontú és R sugarú kört kívülről érinti az O középpontú és r sugarú kör ($R > r$). A KO egyenes a nagy kört A és E, a kis kört E és D pontokban metszi. Forgassuk el a KO egyenest az E pont körül α hegyesszöggel! Az elforgatott egyenes a nagy kört az E-től különböző B pontban, a kis kört C pontban metszi.

- a) Készítsen ábrát! Igazolja, hogy az ABDC négyszög trapéz!(5p)
 b) Igazolja, hogy az ABC háromszög területe $t = R \cdot (R + r) \cdot \sin 2\alpha$!(7p)
 c) Mekkora α szögnél lesz az ABC háromszög területe maximális, adott R és r esetén?(4p)

17. **2009 október**

István örömmel mesélte Péter barátjának, hogy egy négyszög alakú telket vett, amire majd házat akar építeni. Elmondása szerint a négyszög egyik szöge derékszög, és az ezt közrefogó mindkét oldal 20,0 m hosszú. A telek másik két oldala is egymással egyenlő hosszú, ezek 120° -os szöget zárnak be.

- a) Hány méter hosszú drót szükséges az üres telek bekerítéséhez?(4p)
 "Mekkora házat szeretnél rá építeni?" - kérdezte Péter. "Négyzet alapú sarokházat, és körülbelül 100 m^2 alapterületűt. Úgy gondoltuk a párommal, hogy a házat a derékszögű sarokba építetjük" - válaszolt István. "Ha jól képzelem el a telek alakját, akkor az nagyon furcsa alakú lehet. Oda még egy kis faház sem fér el" - szólta nevetve Péter.
 b) Rajzolja le, hogy milyen alakú az István által megvett telek, és milyennek képzelte el Péter!(2p)
 c) Legfeljebb mekkora alapterületű, négyzet alapú sarokház férne el a telek derékszögű sarkába az egyik és mekkora a másik esetben? (Válaszát m^2 -re kerekítve adja meg!)(7p)

18. **2007 máj / 9; 2010 máj 7/9; 2010 okt /3; 2011 máj /6**