a) $f(x) = x^3 - x + \dfrac{1}{2}$;

b) $f(x) = x^{100} + \dfrac{1}{25}x^{50} + 1$;

c) $f(x) = \sin x + \cos x$;

d) $f(x) = 5x + \sin x$;

e) $f(x) = 2x^2 + \cos x$;

f) $f(x) = x \cos x$;

g) $f(x) = x + \ln 2 + x \ln 2$;

h) $f(x) = x^2 + \sqrt{x} - \sqrt[3]{x}$;

i) $f(x) = \left(x - \dfrac{1}{x}\right)^2$;

j) $f(x) = x^2 \ln x$;

k) $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$;

l) $f(x) = \dfrac{x^2}{x+2} + \dfrac{7}{x-1}$;

m) $f(x) = \dfrac{\sin x}{2 + \cos x}$;

n) $f(x) = \sin x \cos x + x$;

o) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x+1}$;

p) $f(x) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{x^3}$;

q) $f(x) = 3 \operatorname{sh} x + \operatorname{ch} x$;

r) $f(x) = \dfrac{1}{x^{1987} + 1}$.

2. A következő $f: E \to \mathbf{R}$ függvények esetén (ahol $E \subset \mathbf{R}$ azoknak a pontoknak a halmaza ahol f értelmezett és deriválható) határozzuk meg az $f'(x) = 0$ egyenlet gyökeit:

a) $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$;

b) $f(x) = \dfrac{x}{2x^2+5x+2}$;

c) $f(x) = \dfrac{7x^2+20x}{x^2+2x-3}$;

d) $f(x) = xe^x$;

e) $f(x) = x \ln x$;

f) $f(x) = x + \cos x$;

g) $f(x) = \sin x + \cos x$;

h) $f(x) = e^{2x} + e^{-2x}$.

3. *a)* Legyen $f, g: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$. Tegyük fel, hogy $f(x) = (x+2)g(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$ és hogy g deriválható az origóban. Számítsuk ki az $f'(0)$-t, ha $g(0) = 2$ és $g'(0) = -1$.

b) Legyen $f, g: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ és $f(x) = x^2 g(x) + \dfrac{1}{x^2+1}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

Ha g deriválható az $x = 1$ pontban, $g(1) = 1$ és $g'(1) = 2$, számítsuk ki $f'(1)$-t.

4. Határozzuk meg az alábbi egyenlőségekkel értelmezett f függvények esetén az f és f' függvények maximális értelmezési tartományát:

a) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$;

b) $f(x) = \sqrt{|x|}$;

c) $f(x) = \sqrt{1+x}$;

d) $f(x) = \left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2$;

e) $f(x) = \dfrac{x+1}{\sqrt{x}}$;

f) $f(x) = \dfrac{1-x^3}{x}$;

g) $f(x) = \dfrac{x^3+1}{\sqrt{x}}$;

h) $f(x) = (1 + \sqrt{x} + x)^2$.

a) $f(x) = (x^5 - 1)^3$;

b) $f(x) = \sqrt{-4x}$;

c) $f(x) = \sin(2x + 5)$;

d) $f(x) = \sin^2 x + \sin 2x$;

e) $f(x) = \sin^3 x + \cos^6 x$;

f) $f(x) = \sqrt{x^3 - x}$;

g) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$;

h) $f(x) = \left(x + \dfrac{1}{x}\right)^{50}$;

i) $f(x) = \left(\dfrac{x^2 - 1}{x}\right)^{50}$;

j) $f(x) = \dfrac{1}{\sin^2 x}$;

k) $f(x) = \dfrac{1}{\cos x}$;

l) $f(x) = \operatorname{tg} 2x$;

m) $f(x) = \ln \operatorname{tg} \dfrac{x}{2}$;

n) $f(x) = \dfrac{1}{4} \operatorname{tg}^4 x + \dfrac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x$;

o) $f(x) = \sin(\cos x)$;

p) $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt[3]{x^2 + 1}$;

q) $f(x) = \dfrac{1}{\cos^2 x} + \operatorname{tg} 2x$;

r) $f(x) = \ln(5x^2 + x)$;

s) $f(x) = \ln \dfrac{1 - x}{1 + x}$;

t) $f(x) = \ln(\ln x)$;

u) $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 16}\right)$;

v) $f(x) = e^{x - x^2}$;

w) $f(x) = e^{\sqrt{x-1}}$;

x) $f(x) = \operatorname{sh} x + \operatorname{ch} x$;

y) $f(x) = \left(\dfrac{e^x + 1}{e^{2x} + 1}\right)^2$;

z) $f(x) = 3^{x^2 + x + 1} + 2^{\sqrt{x^2 + 1}}$.

a) $f(x) = \dfrac{x}{x^3 + 1}$;

b) $f(x) = x \ln x$;

c) $f(x) = x^2 + \ln x$;

d) $f(x) = \sin x - \cos x$;

e) $f(x) = \ln \sin x$;

f) $f(x) = \ln (x^2 + x)$;

g) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x + 1}$;

h) $f(x) = e^{-x} \cdot \sin x$;

i) $f(x) = e^{x - \sqrt{x}}$;

j) $f(x) = 2^{x^3 - 2x}$;

k) $f(x) = \dfrac{1}{2} \sin 2x + \dfrac{1}{3} \sin 3x$;

l) $f(x) = \operatorname{arctg} \dfrac{x + 1}{x - 1}$.